

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GILMAR EDSON SCHEWTSCHIK FILHO

MODELAGEM LINEAR E NÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DO
DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO

CURITIBA

2020

GILMAR EDSON SCHEWTSCHIK FILHO

MODELAGEM LINEAR E NÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DO
DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientador: Prof^o Dr. Luiz Carlos Matioli

Coorientador: Prof^a Dra. Débora Cintia Marcilio

CURITIBA

2020

CATALOGAÇÃO NA FONTE – SIBI/UFPR

S328m

Schewtschik Filho, Gilmar Edson

Modelagem linear e não linear inteira mista para o problema do despacho hidrotérmico horário [recurso eletrônico]/ Gilmar Edson Schewtschik Filho, 2020.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof^o Dr. Luiz Carlos Matioli

Coorientador: Prof^a Dra. Débora Cintia Marcilio

1. Engenharia Elétrica. 2. Geração e transmissão de força e energia elétrica. I. Matioli, Luiz Carlos. 2. Marcilio, Débora Cintia. II. Universidade Federal do Paraná. III. Título.

CDD 621.3121

Bibliotecária: Vilma Machado CRB9/1563



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MÉTODOS NUMÉRICOS
EM ENGENHARIA - 40001016030P0

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **GILMAR EDSON SCHEWTSCHIK FILHO** intitulada: **Modelagem linear e não linear inteira mista para o problema do despacho hidrotérmico horário**, sob orientação do Prof. Dr. LUIZ CARLOS MATIOLI, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 13 de Fevereiro de 2020.

LUIZ CARLOS MATIOLI

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

CLOVIS CAÉSAR GONZAGA

Avaliador Externo (INSTITUTO DE TECNOLOGIA PARA O DESENVOLVIMENTO)

MARCELO RODRIGUES BESSA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

ELIZABETH WEGNER KARAS

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Gilmar e Célia, por sempre me apoiarem em tudo.

Aos meus irmãos, Guilherme, Ana Carolina e Ana Flávia, por todo incentivo.

À minha amiga e colega de estudos Danielle, pelo apoio e por toda a ajuda durante o trabalho.

Ao Prof.^o Matioli, por toda a ajuda que vem desde a graduação e pela dedicação durante toda a orientação de mestrado.

À Débora, que aceitou me co-orientar, dando dicas, apoio e sugestões em todo desenvolvimento deste trabalho.

À Ana Paula e ao Lúcio pela ajuda e pelas correções de artigo.

Aos Prof^{os}. Elizabeth Wegner Karas, Clóvis Caesar Gonzaga e Marcelo Rodrigues Bessa por aceitarem fazer parte da banca.

Ao grupo de pesquisa Lynx Energy Research Group que no âmbito do projeto de P&D PD-6491-0307/2013, proposto pela Copel Geração e Transmissão S.A., deu todo suporte para o desenvolvimento deste trabalho de dissertação.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelos subsídios.

A minha família.

RESUMO

Nessa pesquisa foi proposta uma modelagem para o problema do despacho hidrotérmico horário de forma linear inteira mista e não linear inteira mista, incluindo uma representação detalhada para o comprometimento das unidades de geração das termoeletricas. No caso da modelagem do problema em sua forma não linear, são consideradas as não linearidades associadas à geração de energia das usinas hidroelétricas. Esta consideração torna o problema não linear inteiro misto e não convexo. A modelagem proposta considerou detalhes que permitiram uma representação mais apurada para o problema do despacho hidrotérmico horário. Os resultados apresentados pelo modelo linear inteiro misto foram satisfatórios, onde foi encontrada uma solução viável para o problema com um bom desempenho computacional. No caso da modelagem do problema não linear inteiro misto os testes mostraram bons resultados em relação aos custos de operação, não realizando o acionamento de unidades termoeletricas.

Palavras-chaves: Despacho hidrotérmico horário. Comprometimento das unidades termoeletricas. Programação linear e não linear inteira mista.

ABSTRACT

In this research, a model was proposed for the problem of hourly hydrothermal dispatch in mixed linear and non-linear mixed integers, including a detailed representation of the commitment of the thermoelectric generation units. In the case of modeling the problem in its non-linear form, non-linearities associated with the generation of energy from hydroelectric plants are considered. This consideration makes the whole nonlinear problem mixed and non-convex. The proposed modeling considered details that allowed a representation closer to reality. The results presented by the mixed-integer linear model were satisfactory, where the model had a good computational performance. In the case of modeling the mixed-integer nonlinear problem, the tests showed good results in relation to the operating costs, not linking thermoelectric units.

Key-words: Hourly Hydrothermal Dispatch. Unit commitment of thermoelectric . Mixed-integer linear and mixed-integer nonlinear programming.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Cadeia de modelos desenvolvidos pelo CEPEL	19
FIGURA 2 – Discretização temporal do modelo DESSEM	20
FIGURA 3 – Representação do primeiro dia de estudo do DESSEM (t = 1 até 24h) em cinco patamares cronológicos, t'=1 até 5	20
FIGURA 4 – Sistema de Transmissão - setembro/2019	22
FIGURA 5 – Problema de decisão da operação	23
FIGURA 6 – Capacidade instalada no SIN - 2018/2023	23
FIGURA 7 – Linhas de Intercâmbio de energia	45
FIGURA 8 – Usinas hidroelétricas do sistema teste	49
FIGURA 9 – Comparação da inclusão do custo de vertimento - Usina Salto Osório	52
FIGURA 10 – Comparação da inclusão do custo de vertimento - Usina Sobradinho	53
FIGURA 11 – Comparação da inclusão do custo de vertimento - Usina Porto Primavera	54
FIGURA 12 – Atendimento à Demanda - Subsistema Sudeste	57
FIGURA 13 – Atendimento à Demanda - Subsistema Sul	58
FIGURA 14 – Atendimento à Demanda - Subsistema Nordeste	59
FIGURA 15 – Atendimento à Demanda - Subsistema Norte	60
FIGURA 16 – Vazão turbinada e vertida - Subsistema Itaipu	61
FIGURA 17 – Linhas de Intercâmbio utilizadas	62
FIGURA 18 – Volume inicial e final dos reservatórios	63
FIGURA 19 – Status das unidades termoeletricas	64
FIGURA 20 – Vazão turbinada e vertida - Série de afluência 1	67
FIGURA 21 – Vazão turbinada e vertida - Série de afluência 5.	68
FIGURA 22 – Atendimento à demanda - PNLIM	71
FIGURA 23 – Atendimento à demanda - PLIM	72
FIGURA 24 – Linhas de Intercâmbio utilização pelo PNLIM	73
FIGURA 25 – Linhas de Intercâmbio utilização pelo PLIM	74
FIGURA 26 – Status das unidades termoeletricas	75
FIGURA 27 – Comparação da vazão turbinada e vertida entre o problema linear e não linear inteiro misto	76

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Função Custo das Unidades Termoelétricas	40
TABELA 2 – Distribuição das usinas por subsistema	45
TABELA 3 – Unidades de geração das usinas Termoelétricas.	46
TABELA 4 – Tempo mínimo das unidades ligadas e desligadas	47
TABELA 5 – Usinas Hidroelétricas	48
TABELA 6 – Séries de Vazão Afluente 1 à 5	50
TABELA 7 – Séries de Vazão Afluente 6 à 10	50
TABELA 8 – Resultados de custos e tempo computacional do PDH para 120 horas	55
TABELA 9 – Intercâmbio de energia enviada por Itaipu	66
TABELA 10 – Função Objetivo e tempo computacional	69

LISTA DE ABREVIATURAS E DE SIGLAS

B&B Metodologia de Branch and Bound

B&C Metodologia de Branch and Cut

CCEE Câmara de Comercialização de Energia Elétrica

CEPEL Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

ONS Operador Nacional do Sistema

PDDD Programação Dinâmica Dual Determinística

PDDE Programação Dinâmica Dual Estocástica

PDH Problema do Despacho Horário

PDO Programação Diária da Operação

PPLIM Problema de Programação Linear Inteira Mista

PPNLIM Problema de Programação Não-linear Inteira Mista

SEB Setor Elétrico Brasileiro

SIN Sistema Interligado Nacional

UC Unit Commitment

LISTA DE SÍMBOLOS

$GT_{u,t}$	geração de energia da unidade térmica u no período t - [MWh]
$Son_{u,t}$	custo de acionar a unidade u no período t - [R\$]
$Soff_{u,t}$	custo de desligamento da unidade u no período t - [R\$]
$DEF_{m,t}$	déficit de energia do subsistema m no período t - [MWh]
$INT_{(m,l),t}$	intercâmbio entre os subsistemas m e l no período t - [MWh]
$Q_{i,t}$	vazão turbinada do reservatório i no período t - [m^3/s]
$QVT_{i,t}$	vazão vertida do reservatório i no período t - [m^3/s]
$Y_{u,t}$	variável binária ($Y_{u,t} \in \{0, 1\}$) associada a unidade de geração térmica u no período t
CT_u	custo de geração de energia das unidades termoeletricas u - [R\$]
CD_m	custo de Deficit de energia do subsistema m - [R\$]
$CQVT_i$	penalização de vertimento do reservatório i
$Cint_{m,l}$	custo de intercâmbio entre os subsistemas m e l - [R\$]
T	número total de períodos
NUT	número de unidades termoeletricas
NUH	número de usinas hidroelétricas
NS	número de subsistemas
Ω_m	conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema m
M_i	conjunto das usinas imediatamente a montante da usina i
$Ainc_{i,t}$	vazão afluente incremental ao reservatório i no período t - [m^3/s]
s_t	total de segundos do período t
$GH_{i,t}$	geração de energia da hidroelétrica i no período t - [MWh]
$D_{m,t}$	demanda de energia do subsistema m no período t - [MWh]
R_m	conjunto de usinas hidroelétricas pertencentes ao subsistema m

U_m	conjunto das unidades termoeletricas pertencentes ao subsistema m
ω_m	conjunto dos subsistemas conectados diretamente ao subsistema m
$\theta_{i,t}$	polinômio de até quarto grau que representa o nível de cota jusante da usina i no período t
p_i	coeficiente de perdas hídricas - [m]
k_i	produtibilidade específica da usina i
ρ	massa específica da água - [kg/m^3]
$\Phi_{i,t}$	polinômio de até quarto grau que representa o nível de cota montante da usina i no período T
η_i	rendimento médio da usina i
g	aceleração da gravidade - [m/s]
$Vmed_{i,t}$	média do volume do reservatório i entre períodos t e $t - 1$
$Z_{i,t}$	vazão turbinada e vertida do reservatório i no período t
$R_{u,t}$	variação da geração da unidade geradora u do período $t - 1$ para o período t
Con_u	custo fixo de acionamento da unidade u
$Co ff_u$	custo fixo de desligamento da unidade u
$GTMIN_u$	limite mínimo de geração da unidade u - [MWh]
$GTMAX_u$	limite máximo de geração da unidade u - [MWh]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	16
1.1.1	Objetivo Geral	16
1.1.2	Objetivos Específicos	16
1.2	JUSTIFICATIVAS	17
2	O PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO	18
2.1	PLANEJAMENTO E PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO	18
2.2	O SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL	21
2.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
3	MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO	30
3.1	MODELAGEM NÃO LINEAR DO PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO	30
3.1.1	Função Objetivo	31
3.1.2	Restrições	33
3.1.2.1	Restrição de Balanço Hídrico	33
3.1.2.2	Restrição de Atendimento à Demanda	33
3.1.2.3	Restrição de Rampa de Geração de Energia	35
3.1.2.4	Restrição de Tempo Mínimo da Unidade Ligada e Desligada	35
3.1.2.5	Restrição de Custo de Acionamento e Desligamento das Unidades	36
3.1.2.6	Restrição de Limite de Geração das Unidades Termoelétricas	36
3.1.2.7	Restrições de Limites Físicos e Operativos	37
3.2	MODELAGEM LINEAR DO PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO	39
4	TESTES NUMÉRICOS	44
4.1	SISTEMA TESTE	44
4.2	PENALIZAÇÃO DE VERTIMENTO	51
4.3	RESULTADOS	55
4.3.1	Resultados do PDH Linear Inteiro Misto	55
4.3.1.1	Atendimento à Demanda	56
4.3.1.2	Intercâmbio	61
4.3.1.3	Volume	62
4.3.1.4	Unit Commitment	63

	14
4.3.1.5 Resultados da Usina de Itaipu	65
4.3.2 Resultados do PDH Não Linear Inteiro Misto	68
5 CONCLUSÕES	77
REFERÊNCIAS	79

1 INTRODUÇÃO

A Programação Diária da Operação (PDO), para um sistema hidrotérmico consiste em decidir como deve ser realizado o despacho horário das usinas que integram este sistema. No despacho horário o objetivo é determinar quanto, e quando as usinas hidroelétricas e termoeletricas vão gerar energia elétrica, atendendo à demanda de energia e cumprindo às restrições operativas visando o menor custo para operação em um horizonte de estudo pré-estipulado.

Estabelecer uma boa tomada de decisão da geração horária das usinas hidroelétricas e termoeletricas é uma tarefa difícil. As dificuldades atreladas a decisão de geração ótima estão associadas ao fato do problema ser de grande porte, ao grande número de restrições operativas das usinas e ao fato do problema ser composto por variáveis contínuas e inteiras. E também devido ao fato de que a geração de energia e o seu consumo ocorrem praticamente ao mesmo tempo, isto impõem que a geração seja realizada de maneira bem coordenada. Com estas considerações o despacho horário é considerado um problema *NP-Hard*.

O Setor Elétrico Brasileiro (SEB), é composto predominantemente por usinas hidroelétricas, onde inúmeras usinas estão posicionadas em "cascata", ou seja, encontram-se alocadas ao longo de um rio. Esta característica acrescenta mais complexidade ao problema, pois ao decidir utilizar ou não a água de um reservatório as próximas usinas da "cascata" são afetadas diretamente, isto é, os reservatórios são mutuamente dependentes.

A otimização do problema do despacho horário (PDH), considera alguns fatores para determinar o despacho de forma ótima. Usualmente o despacho horário minimiza os custos de geração de energia das usinas termoeletricas e os custos provocados por déficit de energia. Também podem ser considerados custos provenientes de intercâmbio de energia entre subsistemas e custos associados ao acionamento e desligamento de unidades geradoras de usinas termoeletricas.

No Brasil, a operação do Sistema Interligado Nacional (SIN), é de responsabilidade do Operador Nacional do Sistema (ONS), e devido às características do SIN serem complexas, é indispensável a utilização de modelos de otimização que tratem o planejamento e a programação da operação de forma ótima. Como o SIN é de grande porte e possui um grande nível de detalhamento, não é possível considerar simultaneamente o planejamento e a programação da operação em um único problema. Logo, o ONS utiliza uma cadeia de modelos que separa o problema em programação da operação e planejamento da operação. Atualmente, o ONS utiliza hierarquicamente

os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM, cada um com diferentes níveis de detalhamento. Estes modelos correspondem respectivamente, aos estágios de médio prazo (horizonte de 5 anos), curto prazo (programação mensal) e curtíssimo prazo (programação diária).

A PDO está contemplada no modelo DESSEM, e para que a programação e o planejamento sejam realizados de forma coordenada, definiu-se metas de operação para o despacho horário que são oriundas da solução do problema do planejamento no médio e no longo prazo. A PDO considera com detalhes as restrições de Unit Commitment (UC), para as unidades de geração térmica. O UC ou comprometimento das unidades, incorpora ao modelo restrições associadas aos custos de acionamento e desligamento das unidades de geração térmica, restrições para o controle dos tempos mínimos que as unidades térmicas devem permanecer ligadas ou desligadas e também restrições de rampa de geração térmica, que será descrita com mais detalhes na seção 3.1.2.3.

Devido ao PDH desempenhar uma função importantíssima no SEB e também devida à futura operacionalização do modelo DESSEM, a pesquisa e o desenvolvimento de modelos de otimização são extremamente importantes. Neste modelo contempla-se atender à demanda de energia elétrica, considerando o acionamento e desligamento das unidades térmicas, buscando obter os menores custos de operação.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é realizar a otimização do problema do despacho hidrotérmico horário com intuito de auxiliar a tomada de decisão para obtenção de um despacho ótimo, no sentido de determinar a quantidade de energia a ser gerada, ao menor custo possível, para atender a demanda horária. A modelagem contempla em detalhes as restrições do comprometimento das unidades de geração térmica, buscando representar de maneira mais próxima a realidade do despacho horário.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Modelar e implementar o problema do despacho hidrotérmico horário de forma linear e não linear.
- Modelar o problema considerando detalhes referentes às restrições de UC para unidades de geração térmicas.
- Realizar uma comparação dos modelos linear e não-linear para o PDH.

- Analisar os resultados obtidos pela otimização para estas modelagens.

1.2 JUSTIFICATIVAS

Na programação diária da operação a decisão é tomada a partir das metas de geração de energia estabelecidas pelos modelos que estão nos níveis hierarquicamente acima. É na PDO que são determinadas as quantidades de energia que cada unidade de geração deve gerar. Para que isto ocorra da melhor maneira, ou seja, de forma otimizada, é desenvolvida uma modelagem matemática que representa o problema considerando suas particularidades em detalhes.

A modelagem do problema do despacho horário considera uma função objetivo linear sujeita a restrições de igualdade e a restrições de desigualdade, onde o problema possui variáveis contínuas e inteiras. No caso do PDH as variáveis inteiras, na verdade, são variáveis binárias e estão associadas ao acionamento e desligamento das unidades de geração das usinas termoeletricas. Logo, as modelagens fazem com que o PDH seja classificado como um problema de programação linear inteiro misto (PPLIM), ou com um problema de programação não linear inteiro misto (PPNLIM).

O problema do despacho horário é um problema difícil de resolver, pois além de possuir variáveis inteiras, trata-se de um problema de grande porte. Logo, para buscar uma solução exata para o problema, ele será tratado através da metodologia de resolução exata *Branch and Bound* (B&B). O método de B&B de Land e Doig (1960), baseia-se no conceito do desenvolvimento de uma enumeração "inteligente" das possíveis soluções candidatas à solução ótima inteira para um problema. São efetuadas inúmeras partições do espaço de soluções e são realizados cortes na árvore de pesquisa considerando os limites calculados ao longo da enumeração.

Portanto, uma contribuição desse trabalho é fazer o desenvolvimento de uma modelagem matemática detalhada para o problema do despacho horário considerando restrições de UC para unidades de geração das usinas termoeletricas.

2 O PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO

O problema do despacho hidrotérmico horário consiste em realizar o atendimento à demanda de energia elétrica dos subsistema que integram o SIN da maneira mais econômica, ou seja, procura-se tomar a melhor decisão para o despacho de energia para cada usina. Para que este despacho seja efetuado de maneira organizada e condizente com o PDH, devem ser considerados detalhes relacionados às características de geração de energia das hidroelétricas e das termoeletricas. Assim como, deve ser levado em conta características operativas e custos de geração e operação. Tais detalhamentos tornam o PDH um problema de programação não-linear inteira mista (PPNLIM), sendo este ainda, não convexo e de grande porte.

2.1 PLANEJAMENTO E PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO

Como já mencionado, o ONS utiliza atualmente os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM para realizar o planejamento e a programação da operação. A medida que o horizonte e a discretização diminuem, o nível de detalhamento do modelo aumenta. É no modelo DESSEM que é realizada a programação da operação no curtíssimo prazo¹.

O modelo NEWAVE é o primeiro na cadeia de modelos do CEPEL, e realiza o planejamento energético no médio prazo². Neste modelo procura-se atingir o valor esperado dos custos totais de operação realizando o despacho a um custo mínimo considerando um cenário de afluência e uma demanda de energia. O modelo utiliza a metodologia de programação dinâmica dual estocástica (PDDE) , Pereira e Pinto (1985), para realizar a otimização e encontrar uma solução para o planejamento da operação. Como esta metodologia é muito dispendiosa pois seu processo pode se desdobrar em um grande número de etapas, sequenciais ou estágios, o modelo NEWAVE considera os reservatórios como equivalentes³.

O modelo DECOMP representa o segundo modelo da cadeia de modelos e trata o planejamento no curto prazo, onde o modelo olha para um horizonte de um ano à frente. No DECOMP os reservatórios são considerados individualizados e o modelo procura atender as metas energéticas estabelecidas pelo NEWAVE. Assim como no modelo NEWAVE, o DECOMP é um modelo linear, de grande porte, multiperíodo e estocástico. Como consta em CEPEL (2013), o modelo explora a estrutura do problema

¹ Assume como curtíssimo prazo um horizonte de até duas semanas com discretização horária ou de meia-hora.

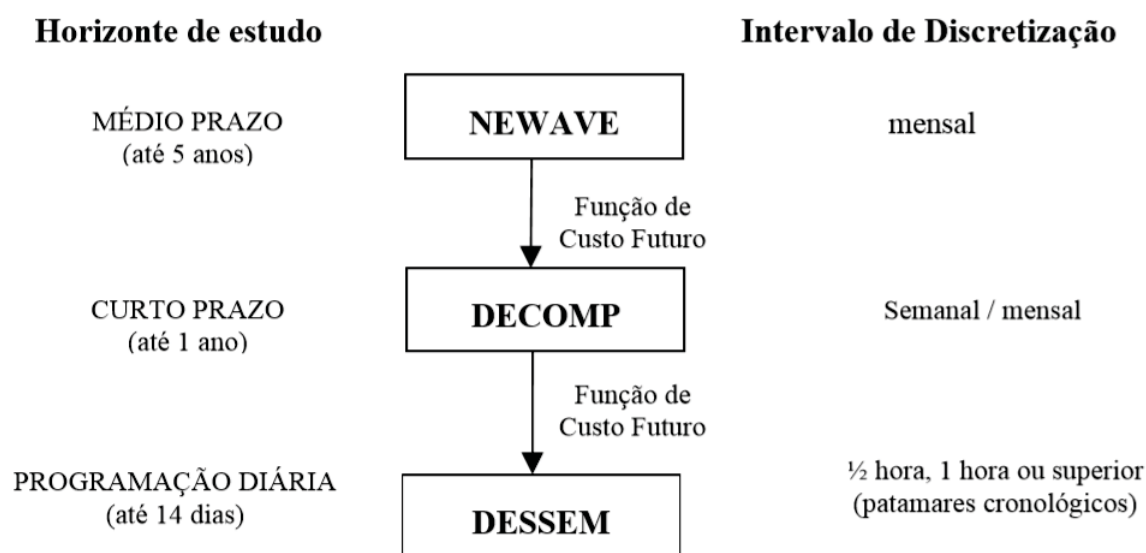
² Considere médio prazo um horizonte de até 5 anos.

³ Reservatório equivalente representa a soma do volume de todos os aproveitamentos das usinas de um subsistema como um único reservatório.

de operação multiperíodo, que permite decompor o problema em subproblemas de um único estágio e cenário. A integração destes subproblemas, está baseada na metodologia de decomposição de Benders, de BENDERS (1962), que resulta na solução iterativa de uma sucessão de subproblemas de operação de um único estágio, onde é possível realizar uma estimativa com precisão crescente das consequências futuras das decisões operativas.

A Figura 1 apresenta um esquema que contém o horizonte e o intervalo de discretização de cada um dos modelos desenvolvidos pelo CEPEL para o planejamento e programação da operação do SIN.

FIGURA 1 – Cadeia de modelos desenvolvidos pelo CEPEL

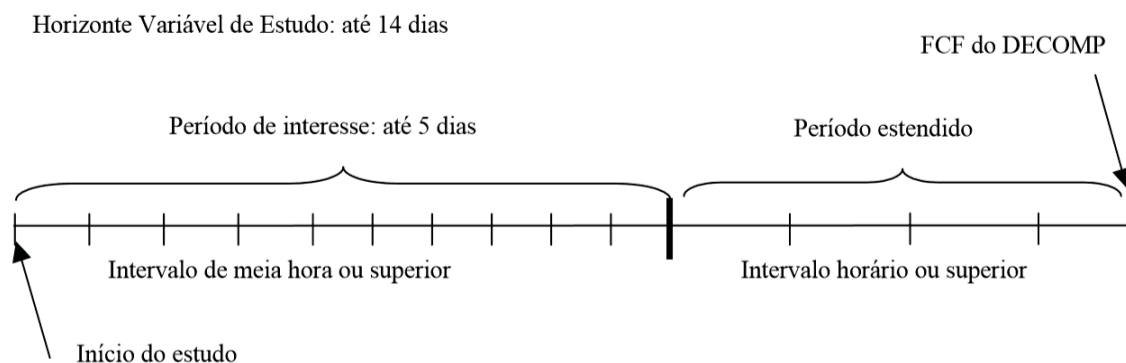


FONTE: CEPEL (2003).

O modelo DESSEM determina o despacho ótimo para a programação diária de sistemas hidrotérmicos, onde o modelo realiza a minimização dos custos totais de operação compostos pelas parcelas de custo presente⁴ e custo futuro. A função de custo futuro é fornecida pelo modelo DECOMP. O horizonte de estudo é de até 14 dias, podendo definir a discretização em intervalos de meia-hora, 1 hora ou em patamares cronológicos de duração variável. O período de estudo é normalmente dividido em período de interesse, onde considera-se até 5 dias de estudo, para os quais se utilizaria uma discretização de meia hora; e período estendido que inclui os dias restantes de estudo, nos quais o nível de discretização seria de 1 hora. O intervalo de discretização em cada um destes períodos pode ser ampliado ou reduzido como mostra a Figura 2.

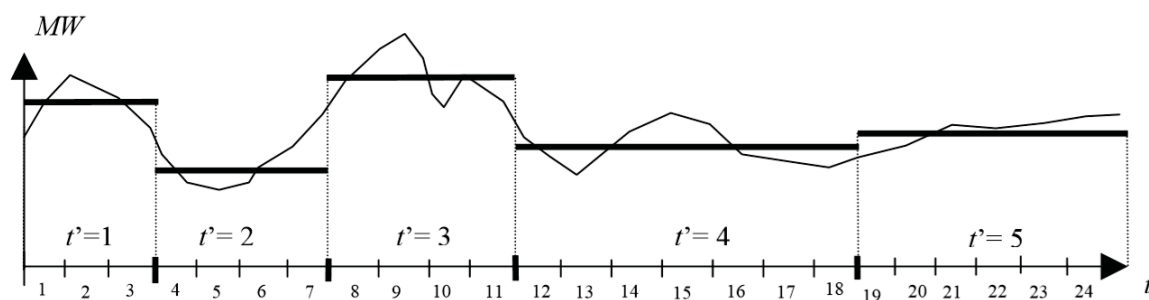
⁴ o custo presente está correlacionado a geração e ao déficit de energia.

FIGURA 2 – Discretização temporal do modelo DESSEM



FONTE: CEPEL (2003).

Segundo CEPEL (2013), quando se pretende realizar um estudo em intervalos maiores de tempo, deve-se considerar patamares cronológicos. Para cada um dos patamares, os dados do sistema são formados por uma média dos valores verificados ao longo das horas que constituem o patamar. Por exemplo, para o caso da carga, é realizada uma agregação da curva de carga horária em intervalos cronológicos superiores a uma hora, como mostra a Figura 3.

FIGURA 3 – Representação do primeiro dia de estudo do DESSEM ($t = 1$ até 24h) em cinco patamares cronológicos, $t'=1$ até 5

FONTE: CEPEL (2003).

No DESSEM, assim como no DECOMP as usinas hidroelétricas e termoeletricas são consideradas individualizadas, mas o DESSEM pode realizar em situações adequadas, a representação das unidades geradoras de energia das usinas hidro e termoeletricas. Também como no modelo DESSEM a regularização dos reservatórios é diária, o modelo considera as usinas a fio d'água como usinas com reservatório e as afluências são determinísticas para todo o horizonte de estudo. A transmissão de energia, segundo CEPEL (2013), pode ser modelada de maneira simplificada, onde a demanda é definida por subsistema e o intercâmbio de energia entre eles é feito para um estudo sem rede, ou a transmissão pode ser modelada mais detalhadamente, com

a representação de cada circuito e a carga por barra, através de uma representação DC da rede elétrica.

As características do problema da programação diária contempladas pelo modelo DESSEM, tais como restrições do sistema e restrições associadas às usinas e unidades de geração serão descritas com detalhes no capítulo 3. Deste modo, no DESSEM, o problema é modelado de forma linear e a metodologia de otimização utilizada é a programação dinâmica dual determinística (PDDD).

2.2 O SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL

O Sistema Interligado Nacional (SIN), é um sistema de grande porte de produção e transmissão de energia elétrica do Brasil, que abrange as cinco regiões brasileiras. Atualmente quase toda capacidade de produção de energia elétrica do Brasil pertence ao SIN, sendo que somente algumas pequenas regiões da Amazônia operam como sistemas isolados. As empresas de transmissão e geração que compõem o SIN são fiscalizadas pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), e pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), estes órgãos são responsáveis em realizar o controle das operações da geração e transmissão de energia elétrica em todo território brasileiro.

A capacidade de geração do SIN é composta principalmente, por usinas hidroelétricas que estão alocadas nas dezesseis bacias hidrográficas em diferentes regiões do país. As usinas termoeletricas, normalmente estão localizadas próximas aos grandes centros de carga, onde desempenham um papel relevante, contribuindo para a segurança do SIN. Logicamente que o despacho de energia das usinas térmicas está relacionado as condições hidrológicas vigentes, permitindo a gestão dos estoques de água dos reservatórios das usinas hidroelétricas, para garantir o atendimento à demanda de energia futura.

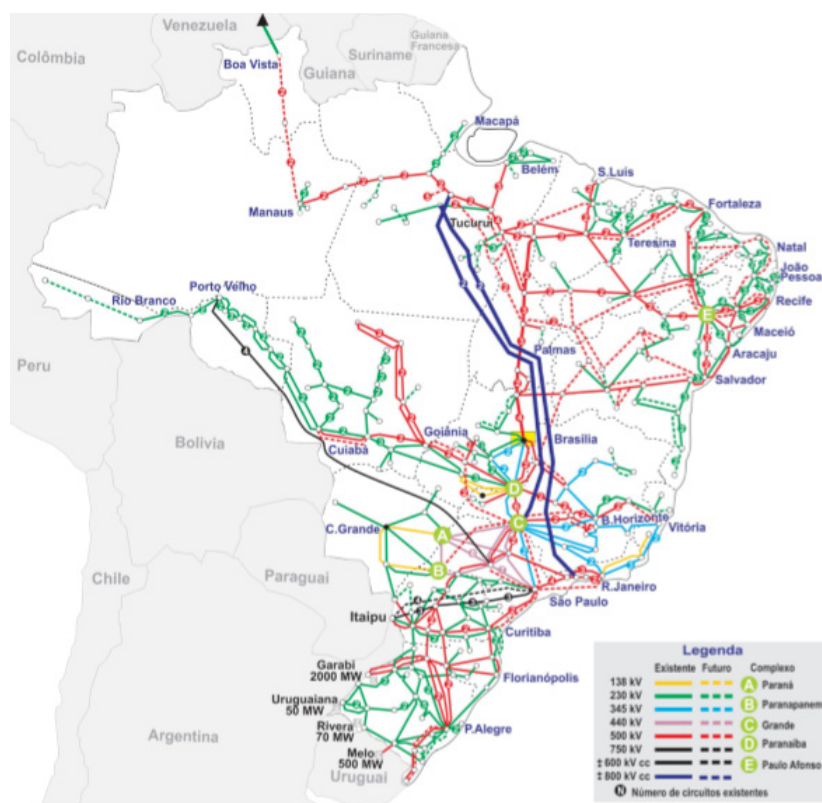
O SIN divide o território nacional em 4 subsistemas: Sudeste, Sul, Nordeste e Norte. Estes subsistemas se diferem por suas características hidrológicas e operativas. O subsistema sudeste possui uma sazonalidade bem definida e se destaca por ser o subsistema com maior capacidade de geração do SIN. Assim como o sudeste, os subsistemas norte e nordeste também possuem uma sazonalidade bem definida. O subsistema sul possui uma variabilidade em suas vazões e portanto não é sazonal como os outros subsistemas. Embora a usina de Itaipu esteja localizada na região sul, ela pertence ao subsistema sudeste.

O Sistema Interligado Nacional é como já mencionado, um sistema hidrotérmico de grande porte que interliga as bacias hidrológicas e possui uma grande rede de transmissão que liga todo o país. A Figura 4 mostra a malha de transmissão do SIN, que

segundo o ONS (2019), possui uma extensão de 141.388 Km de linhas de transmissão e tem uma projeção esperada de 185.484 km de linhas de transmissão instaladas para 2023. Já a capacidade de geração instalada do SIN em 2018 é de 161.526 MW e tem uma projeção para 2023 que chega a 176.543 MW. A Figura 6, mostra que esta capacidade inclui outras fontes de geração além da hidroelétrica e da termoeletrica. Mas mesmo com o crescimento de novas fontes de geração de energia como a eólica e a solar, as projeções mostram que para 2023 a geração de energia proveniente de usinas hidroelétricas e termoeletricas ocuparão 87,4% da capacidade instalada no SIN.

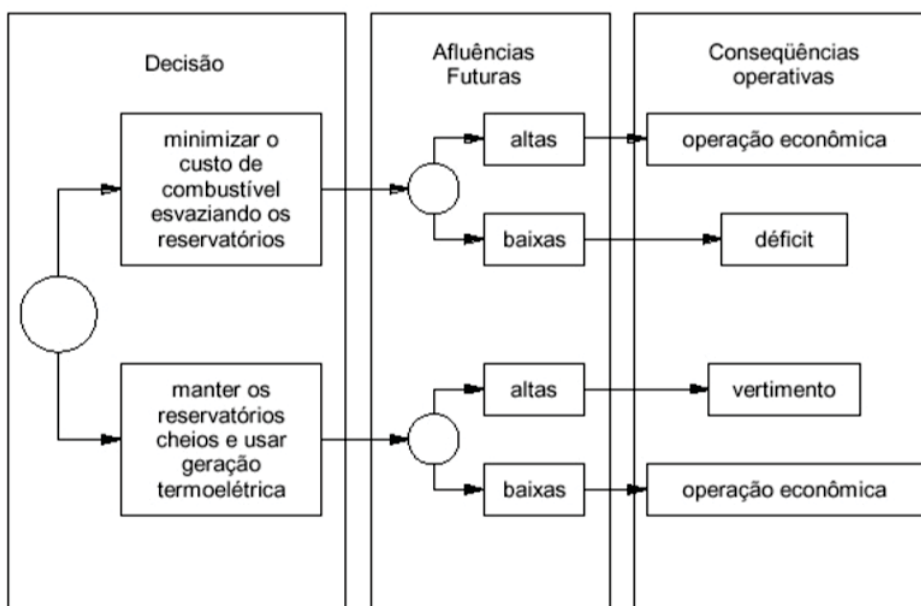
Uma boa tomada de decisão para o planejamento da operação do SIN procura realizar o atendimento à demanda de maneira a reduzir os riscos de déficit de energia elétrica. Logo, como o SIN é predominantemente hidrotérmico torna-se essencial efetuar o despacho de energia para cada usina minimizando os custos de geração de energia das termoeletricas e os custos de déficit de energia. No entanto, como mostra a Figura 5, o despacho de energia para as usinas hidroelétricas no médio prazo é um pouco complexo, pois ao tomar a decisão de despachar as usinas, ou seja, utilizar a água em um período e nos períodos futuros as afluições forem baixas acarretaria em déficit de energia. Por outro lado, se a decisão for não despachar, ou seja, economizar água e as afluições futuras forem altas, acarretaria em vertimento indesejado de água.

FIGURA 4 – Sistema de Transmissão - setembro/2019



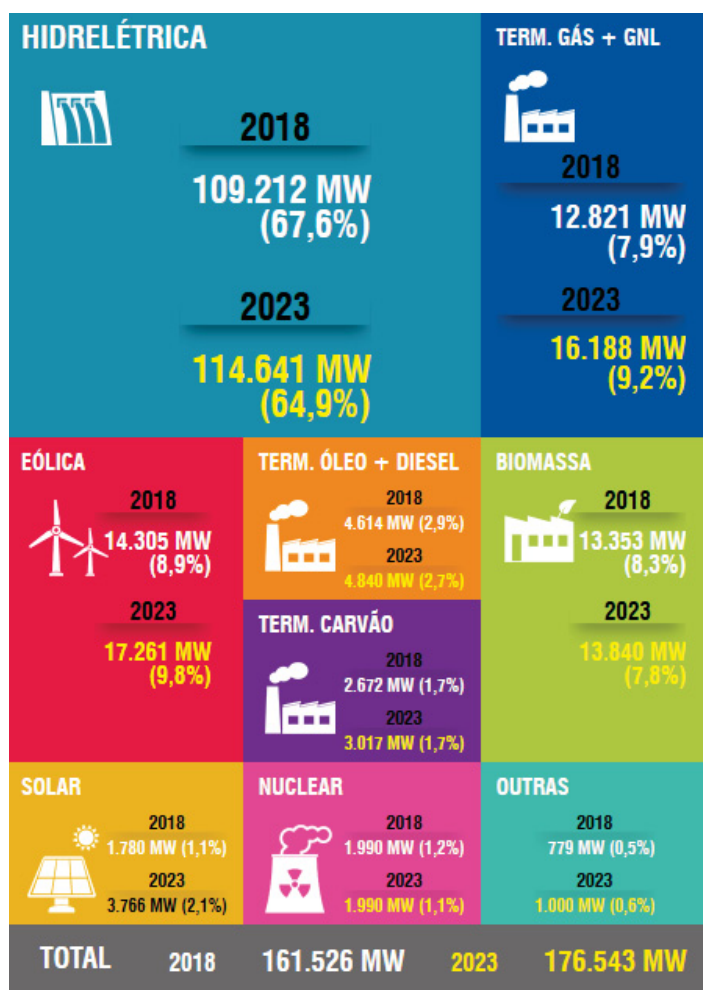
FONTE: ONS (2019).

FIGURA 5 – Problema de decisão da operação



FONTE: CEPEL (2019).

FIGURA 6 – Capacidade instalada no SIN - 2018/2023



FONTE: ONS (2019).

2.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção serão apresentados alguns trabalhos de pesquisa que tratam o problema do despacho horário, com suas abordagens, características consideradas e técnicas de solução aplicadas.

Em Medina, Quintana e Conejo (1999), é apresentada uma modelagem que minimiza os custos de geração de energia das unidades termoeletricas, considerando uma aproximação linear da função de produção de geração que normalmente é descrita por uma função quadrática. Com esta aproximação, a função objetivo do problema que era não-linear passa a ser linear. A função de produção hidroelétrica possui características não-lineares que neste trabalho são linearizadas por meio de outra aproximação linear. No entanto, os autores consideram em sua modelagem restrições de UC das unidades hidroelétricas e termoeletricas. No UC das unidades hidroelétricas são consideradas as curvas colinas de rendimento de cada unidade. Para unidades termoeletricas, além de considerar o acionamento e desligamento das unidades, leva-se em conta também, o tempo mínimo que as unidades permanecem ligadas e desligadas e rampa de geração. Portanto o autor trata o problema do despacho horário como um problema linear determinístico com o objetivo de minimizar o déficit de energia e considerando também possibilidades de intercâmbio de energia.

Em Sinha, Chakrabarti e Chattopadhyay (2003), o problema do despacho horário foi tratado considerando uma função de produção de forma senoidal e formula a restrição de atendimento a demanda olhando para produção de energia das hidroelétricas como uma função quadrática. Os autores tratam com detalhes as unidades das usinas hidroelétricas considerando restrições de UC e fazem a inclusão do tempo de viagem em sua modelagem. Nesta formulação do problema do despacho não é considerada a possibilidade de intercâmbio de energia entre os subsistemas e nem déficit de energia. Contudo, como são consideradas características não-lineares, o problema está representado como um problema não-linear determinística.

No trabalho de Farhat e El-Hawary (2009), a proposta é realizar a minimização dos custos de produção de energia das usinas térmicas que são representados por uma função de produção quadrática, tal como a equação 3.2. Os autores utilizam métodos de otimização para buscar uma solução do problema. Em Diniz e Maceira (2008) a função de produção de geração das termoeletricas também é considerada como uma função quadrática, já para a função de produção as hidroelétricas, que é não-linear, os autores fazem uma aproximação linear por partes. A proposta deste trabalho apresenta uma modelagem quadridimensional de geração hidroelétrica para o problema de despacho hidrotérmico.

Em Luciano (2010), o autor propõe uma formulação linear inteira mista deter-

minística para o problema. Onde as não-linearidades das funções de produção de geração das usinas hidroelétricas e térmicas são linearizadas. O trabalho trata com detalhes as restrições de UC, onde os autores incluem na modelagem custos associados ao acionamento e desligamento das unidades de geração das termoelétricas. A modelagem proposta, adotou uma técnica de solução que divide o problema em dois subproblemas: sendo um o problema mestre, que busca uma solução para a parte inteira da modelagem que faz referência ao status de acionamento e desligamento das unidades. Este problema mestre é resolvido por algoritmos genéticos. O segundo subproblema fixa as variáveis inteiras e busca uma solução utilizando o Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica. O autor conclui que esta técnica de solução se mostrou eficiente na resolução de um sistema com poucas⁵ usinas.

Já em Vergílio (2011), o autor utiliza uma metodologia semelhante à empregada em Luciano (2010), decompondo o problema em subproblemas e resolvendo pelo método de Pontos Interiores Primal-Dual com Barreira Logarítmica. O diferencial está na função de produção que é tratada como uma função quadrática e na função de produção das hidroelétricas que é não-linear⁶, desta forma o problema é visto como um problema não-linear inteiro misto determinístico.

No trabalho de Takigawa et al. (2012), o problema do despacho hidrotérmico horário é modelado como um problema não-linear inteiro misto. A função de produção das usinas termoelétricas é quadrática e a função de geração das hidroelétricas é não-linear. O autor trata em detalhes as características das unidades de geração das usinas hidro considerando as curvas colinas de rendimento de cada unidade, bem como as zonas proibidas de operação. Além disso, leva-se em conta o tempo de viagem da água e considera a possibilidade da realização de intercâmbio de energia. A modelagem é determinística, onde os custos de geração termoelétrica são minimizados. Restrições de UC das unidades térmicas também estão incorporadas na formulação.

Han, Jian e Yang (2014), tratam especificamente das características das unidades de geração das usinas termoelétricas, onde a função objetivo minimiza os custos de geração das unidades térmicas e os custos de acionamento destas unidades. O problema é formulado como um problema não-linear inteiro misto e os autores utilizam a metodologia Aproximação Externa para solucionar o problema. Os autores propõem também uma nova metodologia que é uma melhoria para o método de aproximação externa. Como conclusão a metodologia proposta mostrou-se eficiente comparada ao método de aproximação externa.

Em Menezes (2017), a formulação para programação da operação considera a geração de energia elétrica das unidades termoelétricas como uma função quadrática.

⁵ O autor considera com poucas usinas um número de 7 usinas.

⁶ Aqui, não-linear quer dizer não-linear e não quadrática.

O autor insere na modelagem as restrições de UC das termoeletricas. O problema é classificado como um problema não-linear inteiro misto, onde foi utilizada a metodologia de pontos interiores e algoritmos genéticos para encontrar uma solução.

No trabalho proposto por Gomes (2018), o problema da operação diária é tratado como um problema não-linear. O autor realiza a otimização com o objetivo de reduzir a quantidade de água utilizada durante o dia para usinas hidroelétricas em cascata, atendendo uma demanda energética diária. A abordagem do problema é determinística e utiliza-se metaheurísticas com características populacionais que permite que sejam aplicadas técnicas de computação paralela, reduzindo o tempo computacional. Em Gomes et al. (2018) também é apresentada uma comparação utilizando metaheurísticas aplicadas ao problema da operação diária.

Em Razavia et al. (2018), é proposta uma nova metodologia denominada Teoria da Decisão Info-Gag (IGDT), onde o método gira em torno de três componentes denominadas de modelo do sistema, modelo dos requisitos do desempenho do método e a modelagem da incerteza. Os autores constataram que utilizar esta metodologia apresenta resultados bem satisfatórios para o problema do despacho hidrotérmico no curtíssimo prazo, principalmente, por tratar as restrições de UC e a restrição de rampa de geração das unidades. O modelo denominado "modelo do sistema" referente à função objetivo, especificado por um conjunto de variáveis de controle x e por um indicador de incerteza. Já o "modelo dos requisitos de desempenho" impõe um nível mínimo de resultados desejados de um problema que pode ser definido como uma função de custo. Por fim, o "modelo da incerteza" considera um ambiente incerto, onde existe a necessidade de caracterizar lacunas entre os valores identificados e realizados. Esses valores são expressos por uma função de alguns parâmetros determinados. A modelagem proposta considera uma função objetivo que minimiza os custos de acionamento e desligamento das unidades das hidroelétricas e termoeletricas e os custos associados ao tipo de combustível utilizado pelas unidades termoeletricas. Os autores concluem que o desenvolvimento de uma formulação linear para a programação hidrotérmica diária através da metodologia IGDT mostrou-se ser eficiente pela precisão das soluções e pela implementação em casos na escala real.

Van Ackooij, Finardi e Ramalho (2018), abordam o problema do despacho hidrotérmico inserindo restrições de probabilidade, onde os autores alegam ser interessante a inserção de tais restrições devido às altas variações de recursos energéticos, ao fluxo de energia e às restrições de UC. O trabalho sugere uma modelagem de otimização inteira mista com restrições de probabilidade que minimiza os custos de geração das termoeletricas, custos de acionamento das unidades e custos de déficit de energia. Esta abordagem fornece soluções viáveis a cada iteração, onde sua eficiência é comprovada com experimentos numéricos. Também, um conjunto de avaliações

Monte Carlo fora da amostra confirmou que as soluções encontradas pelo algoritmo satisfazem o nível de probabilidade definida com custos ideais. O método proposto avaliou também um sistema com 46 barras, mostrando sua capacidade de solução para sistemas maiores.

Em Alvarez, Marcovecchio e Aguirreab (2018), é proposto uma nova abordagem para resolver problemas de UC com restrição de segurança baseada na aplicação de várias técnicas de aproximação linear. O modelo considera o comprometimento das unidades térmicas, restrições de transmissão e unidades de armazenamento bombeado, importantes em sistemas de energia durante períodos de demanda de pico e fora de pico. O PPLIM proposto é mais realista comparado com outros modelos disponíveis na literatura. A modelagem leva em conta as cabeças hidráulicas das unidades de armazenamento bombeado para os modos de geração e bombeamento através de métodos lineares de operação. Os autores concluem que os resultados indicam que a implementação de unidades de armazenamento bombeado pode reduzir os custos de produção em comparação com os sistemas de energia nos quais a geração termoeletrica fornece toda a demanda de energia.

No trabalho de Wang, Wei e Wu (2018), é apresentado um novo modelo de UC para um sistema hidrotérmico que considera funções não-lineares de geração hidrelétrica. Além disso, a proposta inclui equações dinâmicas para o balanço hídrico de usinas hidrelétricas em cascata. Para tratar a não-linearidade em larga escala e as variáveis inteiras do modelo, é proposta uma nova estratégia computacional híbrida que consiste na decomposição generalizada de Benders e na decomposição da condição de otimalidade. Com intuito de verificar a eficácia do modelo e da estratégia de decomposição, foram realizados testes numéricos em três sistemas teste de até 703 barras para um horizonte de 24 horas. Os testes mostraram que a metodologia possui excelente convergência e é capaz de resolver problemas de em larga escala sem perda de precisão.

A abordagem apresentada em Anand, Narang e Dhillon (2018), utiliza uma técnica de otimização híbrida baseada na integração da abordagem binária sucessiva (BSA) e otimização de enxame civilizado (CSO) para resolver o problema de UC, pois o problema contém variáveis inteiras e reais. A BSA está baseada na pesquisa evolutiva, onde o processo de pesquisa inicia-se com um ponto aleatório. Cada ponto gera ainda mais dois pontos e a pesquisa se move em direção ao ponto com melhor avaliação da função objetivo. Segundo os autores, esta estratégia reduz o esforço computacional enquanto procura o status ideal das unidades de geração. Já o CSO é uma técnica que integra o PSO⁷ e a técnica de algoritmo civilizado da sociedade (SCA). A vantagem

⁷ PSO (*Particle Swarm Optimization*) é um ramo da inteligência artificial que busca otimizar um problema iterativamente ao tentar melhorar a solução candidata.

desta técnica é que o PSO possui boa capacidade de exploração e a SCA melhora a capacidade de exploração do algoritmo. Foram realizados experimentos numéricos para três sistemas teste, onde os resultados obtidos foram considerados satisfatórios.

A proposta apresentada em Bo et al. (2019), trata com detalhes as restrições de UC das termoeletricas. Os autores realizam uma abordagem de programação linear inteira mista determinística aprimorada com base na diminuição da simetria para o comprometimento das unidades de geração das térmicas. Na modelagem a função de geração das usinas hidroelétricas é linearizada e os autores concluem que abordar o problema baseado na diminuição da simetria é eficiente para problemas de grande porte.

Shaaban, Zeynal e Nor (2019), desenvolvem um modelo hidráulico abrangente com usinas individualizadas, considerando restrições de reservatório e sistema fluvial. Foram consideradas também restrições do comprometimento das unidades de geração térmica. Os autores tratam o problema como um PLIM e utilizam as técnicas de solução B&B e B&C para resolver o problema. Devido à modelagem possuir detalhes em relação as unidades hidroelétricas individuais e reservatórios em cascata, o problema é de grande porte. Os resultados obtidos pela simulação realizada para vários sistemas teste, mostraram que a abordagem supera outras técnicas em termos de custo-benefício.

Como já mencionado na seção 2.1, as características referentes ao comprometimento das unidades de geração de energia do problema da programação do despacho hidrotérmico diária estão contempladas no modelo DESSEM. O CEPEL oficialmente trata o modelo DESSEM como um problema de programação linear e utiliza a programação dinâmica dual determinística como metodologia de solução. Portanto, a proposta desta dissertação também irá considerá-lo como um problema linear determinístico. Porém, apesar do Brasil tratar o problema do despacho com comprometimento das unidades como um problema linear determinístico, alguns autores abordam este problema através da programação estocástica baseada em decomposição em cenários, decomposição de unidades, decomposição de Benders, ou ainda, utilizando metodologias que não decompõem o problema.

Nos trabalhos propostos por Papavasiliou, Oren e Rountree (2015), Aravena e Papavasiliou (2015), Kim e Zavala (2016), Scuzziato, Finardi e Frangioni (2018), o problema é formulado como dois estágios e utilizam a metodologia decomposição dual, fazendo uso da decomposição em cenários. Utilizando também uma formulação dois estágios e decompondo o problema em cenários os autores de Feng et al. (2015), Cheung et al. (2015), Kim e Zavala (2016), Gade et al. (2016), Rachuno e Woodruff (2018) utilizam a metodologia de *Progressive Hedging* para tratar o problema.

Em Van Ackooij e Malick (2016), considerou-se a metodologia de decomposição primal-dual com uma formulação dois estágios para abordar o problema do despacho

com comprometimento das unidades. Já nos trabalhos Schulze e McKinnon (2016) e Schulze, Grothey e McKinnon (2017), são apresentadas formulações dois estágios e multi estágios, onde os autores utilizam decomposição de cenários e o método de geração de colunas.

As propostas de Nasri et al. (2016), Mehrtash et al. (2016), Vatanpour e SadeghiYazdankhah (2018), e de Lopez-Salgado, Ano e Ojeda-Esteybar (2018), abordam o problema considerando o comprometimento das unidades de geração utilizando a metodologia de decomposição de Benders⁸. Já nos trabalhos apresentados por Dvorkin et al. (2015), Abbaspourtorbati e Zima (2016), e por Uckun, Botterud e Birge (2016), o problema é tratado utilizando a metodologia resolva diretamente (em Inglês Solved Directly) com uma formulação dois estágios. E nas propostas de Wang e Hobbs (2016), Du et al. (2018), Shi e Oren (2018a) e de Shi e Oren (2018b), foi empregada uma formulação multi estágio utilizando também o método resolva diretamente (em Inglês Solved Directly).

⁸ A Decomposição de Benders é uma decomposição dois estágios.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO

Neste capítulo, será apresentada a formulação do modelo matemático que descreve as particularidades do problema do despacho hidrotérmico horário consideradas neste trabalho. A modelagem busca cumprir características importantes para PDO. Logo, são representados, na modelagem, detalhes referentes às unidades de geração termoeletricas. A formulação proposta não considera sistemas equivalentes, logo todas as usinas hidroelétricas e termoeletricas são modeladas separadamente.

A geração de energia das usinas hidroelétricas se caracteriza na transformação da água represada, energia potencial, em energia cinética liberando esta água pelo conduto forçado¹ que ao alcançar a turbina transforma esta energia, em energia mecânica que por fim é transformada em energia elétrica. Logo, após este processo a água é expulsa através do canal de fuga.

Na geração das usinas termoeletricas a energia elétrica é produzida através da queima de combustível, energia térmica, que é transformada em energia mecânica, que por sua vez aciona as turbinas conectadas ao gerador de energia. No SIN existem diferentes tipos de usinas de geração termoeletrica que possuem características dependentes do combustível e do tipo de turbina utilizada.

3.1 MODELAGEM NÃO LINEAR DO PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO

O modelo matemático foi formulado visando a minimização dos custos de geração de energia das usinas termoeletricas, dos custos associados ao acionamento e desligamento das unidades geradoras das usinas termoeletricas, dos custos de intercâmbio de energia elétrica entre os sub-sistemas e dos custos de déficit de energia.

As variáveis que constituem a modelagem estão listada em seguida:

$GT_{u,t}$: geração de energia da unidade térmica u no período t - [MWh];

$Son_{u,t}$: custo de acionar a unidade u no período t - [R\$];

$Soff_{u,t}$: Custo de desligamento da unidade u no período t - [R\$];

$DEF_{m,t}$: déficit de energia do subsistema m no período t - [MWh].

$INT_{(m,l),t}$: intercâmbio entre os subsistemas m e l no período t - [MWh];

$V_{i,t}$: volume de armazenamento do reservatório i no período t - [hm³];

¹ O conduto forçado leva a água do reservatório até a turbina.

$Q_{i,t}$: vazão turbinada do reservatório i no período t - $[m^3/s]$;

$QVT_{i,t}$: vazão vertida do reservatório i no período t - $[m^3/s]$;

$Y_{u,t}$ - variável binária ($Y_{u,t} \in \{0, 1\}$) associada a unidade de geração térmica u no período t .

Para este trabalho serão considerados os seguintes dados de entrada:

- Horizonte de estudo com discretização horária;
- Série de afluências;
- Demanda de energia por subsistema;
- Informações hidráulicas, térmicas e operativas;
- Custos de geração e operação.

3.1.1 Função Objetivo

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \sum_{t=1}^T \left(\sum_{u=1}^{NUT} \left((CT_u * GT_{u,t}) + Son_{u,t} + Sof_{u,t} \right) + \sum_{i=1}^{NUH} (CQVT_i * QVT_{i,t}) + \right. \\ & \left. \sum_{m=1}^{NS} \left(CD_m * DEF_{m,t} + \sum_{l \in \Omega} C_{int_{m,l}} * INT_{(m,l),t} \right) \right) \quad (3.1) \end{aligned}$$

onde:

CT_u : custo de geração de energia das unidades termoeletricas u - [R\$];

CD_m - custo de Déficit de energia do subsistema m - [R\$];

$CQVT_i$: penalização de vertimento do reservatório i ;

$C_{int_{m,l}}$ - custo de intercâmbio entre os subsistemas m e l - [R\$];

T - número total de períodos;

NUT - número de unidades térmicas;

NUH - número de usinas Hidroelétricas;

NS - número de subsistemas;

Ω_m - conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema m ;

Os custos de geração associados às unidades termoeletricas podem ser representados de uma maneira mais simples, estabelecendo um valor fixo de geração para cada tipo de unidade geradora, ou podem ser descritos por meio de uma função que possa representar de forma mais realista os custos de uma unidade de geração

térmica. Em Moraes (2016) os custos de geração são representados como uma função quadrática da seguinte forma:

$$CT_u(GT_{u,t}) = ct_{0,u} + ct_{1,u}(GT_{u,t}) + ct_{2,u}(GT_{u,t})^2, \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT \quad (3.2)$$

onde os coeficientes $ct_{0,u}$, $ct_{1,u}$ e $ct_{2,u}$ da equação 3.2 assumem valores adequados ao tipo de unidade de geração e combustível utilizado. Os custos de geração das termoeletricas também são tratadas como uma função quadrática nos trabalhos de Lima (2007), Nacif (2013), Marcilio (2014), Butyn (2017), Yamaguti (2019) e em Carvalho e Coelho (2019). Outros autores como Medina, Quintana e Conejo (1999), Soriano (2016), Beltrân, Oliveira e Finardi (2017) e Bo et al. (2019) representam os custos das térmicas como uma função linear ou como uma aproximação linear da função quadrática.

Os custos de acionamento e desligamento de uma unidade de geração termo-elétrica podem ser definidos através de um custo fixo, onde este custo é contabilizado toda vez que uma unidade geradora for acionada ou desligada. Em CEPEL (2010) os custos de acionamento $Son_{u,t}$ e de desligamento $Soff_{u,t}$ são retratados associando um custo para cada tipo de unidade. Para este trabalho os custos também serão fixados e serão tratados da seguinte maneira:

$$Con_u(Y_{u,t} - Y_{u,t-1}) \leq Son_{u,t}; \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; Y_{u,t} \in \{0, 1\} \quad (3.3)$$

$$Son_{u,t} \geq 0; \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; \quad (3.4)$$

$$Coff_u(Y_{u,t-1} - Y_{u,t}) \leq Soff_{u,t}; \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; Y_{u,t} \in \{0, 1\} \quad (3.5)$$

$$Soff_{u,t} \geq 0; \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; \quad (3.6)$$

onde Con_u e $Coff_u$ representam, respectivamente, os custos fixos de acionamento e desligamento de uma unidade u . Alguns trabalhos como Lima (2007) não consideram custos associados ao desligamento das unidades.

Nesta proposta considera-se a possibilidade do não atendimento à demanda. Logo, a função objetivo minimiza também os custos CD_m associados ao déficit de energia elétrica para um sub-sistema m . Ou seja, caso não seja possível realizar todo o atendimento à demanda do subsistema, serão inseridos custos a energia não atendida.

O sistema elétrico brasileiro separa o país em sub-sistemas interligado por um sistema de transmissão de energia. Esta interligação permite a transmissão de

energia, ou seja, o intercâmbio de energia entre os sub-sistemas. Logo, para esta formulação é realizada a minimização os custos de intercâmbio de energia elétrica entre os subsistemas.

3.1.2 Restrições

Neste trabalho, foram contempladas restrições de balanço hídrico, atendimento à demanda, restrições associadas as características operativas das usinas e restrições dos limites das variáveis.

3.1.2.1 Restrição de Balanço Hídrico

A restrição de balanço hídrico descrita pela equação (3.7) a seguir, garante o controle do volume dos reservatórios, correlacionando o volume atual de um reservatório com o volume do período anterior, considera-se também, a afluência incremental² do reservatório.

$$V_{i,t} = V_{i,t-1} + \frac{s_t}{10^6} \left(\sum_{k \in M_i} (Q_{k,t} + QVT_{k,t}) - (Q_{i,t} + QVT_{i,t}) + Ainc_{i,t} \right) \quad (3.7)$$

onde:

s_t : total de segundos de período t ;

$Ainc_{i,t}$: vazão afluente incremental ao reservatório i no período t - [m^3/s];

M_i : conjunto das usinas imediatamente a montante da usina i .

3.1.2.2 Restrição de Atendimento à Demanda

O atendimento à demanda de energia procura garantir o atendimento da carga para os subsistemas, que está representado pela seguinte equação:

$$\sum_{i \in R_m} GH_{i,t}(V_{i,t-1}, V_{i,t}, Q_{i,t}, QVT_{i,t}) + \sum_{u \in U_m} GT_{j,t} + \sum_{l \in \omega_m} (INT_{(l,m),t} - INT_{(m,l),t}) + DEF_{m,t} = D_{m,t} \quad (3.8)$$

onde:

² A afluência incremental de um reservatório é a vazão oriunda de aportes laterais da bacia.

$GH_{i,t}(V_{i,t-1}, V_{i,t}, Q_{i,t}, QVT_{i,t})$: geração de energia da hidroelétrica i no período t - [MWh];

$D_{m,t}$: demanda de energia do subsistema m no período t - [MWh];

R_m : conjunto de usinas hidroelétricas pertencentes ao subsistema m ;

U_m : conjunto das unidades termoeleétricas pertencentes ao subsistema m ;

ω_m : conjunto dos subsistemas conectados diretamente ao subsistema m .

$INT_{(l,m),t}$: intercâmbio de energia que o subsistema m recebe dos outros subsistemas pertencentes ao conjunto ω_m no período t - [MWh];

$INT_{(m,l),t}$: intercâmbio de energia que o subsistema m envia para outros subsistemas pertencentes ao conjunto ω_m no período t - [MWh];

Este atendimento à demanda, para um subsistema m , é realizado através da produção de energia elétrica das usinas hidroelétricas e termoeleétricas deste subsistema m e também pelo intercâmbio com outros subsistemas.

A produção de energia elétrica das usinas hidroelétricas possui características de geração não lineares e está representada da seguinte forma:

$$GH_{i,t} = k_i(\Phi_{i,t}(Vmed_{i,t}) - \theta_{i,t}(Z_{i,t}) - pi)Q_{i,t} \quad (3.9)$$

onde:

$\Phi_{i,t}$: polinômio de até quarto grau que representa o nível de cota montante da usina i no período t ;

$\theta_{i,t}$: polinômio de até quarto grau que representa o nível de cota jusante da usina i no período t ;

pi : coeficiente de perdas hídricas - [m].

A constante k_i representa a produtividade específica da usina i , definida pela seguinte equação:

$$k_i = \eta_i g \rho \quad (3.10)$$

onde:

ρ : massa específica da água - [kg/m³];

η_i : rendimento médio da usina i ;

g : aceleração da gravidade - [m/s];

A diferença entre polinômios de cota montante e jusante, que dependem respectivamente, de $Vmed_{i,t}$ e $Z_{i,t}$, representa a queda bruta. Onde $Vmed_{i,t}$ indica a

média do volume do reservatório i entre os períodos t e $t - 1$, e $Z_{i,t}$ representa as vazões turbinadas e vertidas do reservatório i no período t . Ao subtrair as perdas hídricas da diferença dos polinômios obtém-se a altura de queda líquida. As perdas hídricas podem ser calculadas de três formas: como uma constante, ou em função da altura de queda bruta, ou ainda em função da vazão turbinada pelo reservatório.

3.1.2.3 Restrição de Rampa de Geração de Energia

A restrição de rampa de geração das usinas térmicas é indispensável para o problema do despacho horário pois o problema possui uma discretização horária. Esta restrição limita a geração de energia entre períodos consecutivos de geração. Este limite se deve às características referentes à operação, ao tipo de unidade de geração e por características físicas da unidade termoeletrica. Portanto, as unidades termoeletricas não podem ter grandes saltos na tomada e no alívio de carga. A representação desta restrição está explicitada através da equação:

$$\left| GT_{u,t-1} - GT_{u,t} \right| \leq R_{u,t} \quad (3.11)$$

onde:

$R_{u,t}$: variação da geração da unidade geradora u do período $t - 1$ para o período t .

A restrição de rampa de geração é a primeira restrição apresentada das restrições que compõem o conjunto de restrições de *Unit Commitment*.³

3.1.2.4 Restrição de Tempo Mínimo da Unidade Ligada e Desligada

Ao acionar ou desligar uma unidade termoeletrica, esta deve permanecer neste *status*⁴ por no mínimo uma quantidade de períodos que regularmente está associado ao tipo de unidade geradora. Onde $Y_{u,t}$ é a variável binária que assume valor 1 (um) quando a unidade térmica é acionada e 0 (zero) quando é desligada. A equação (3.12), a seguir, refere-se à restrição de tempo mínimo que uma unidade deve permanecer ligada, após seu acionamento. Sendo que $ton_{u,t}$ representa o tempo mínimo que a unidade u deve manter-se acionada a partir de um período t .

$$\sum_{n=t}^{t+ton_{u,t}-1} Y_{u,n} \geq ton_{u,t} * (Y_{u,t} - Y_{u,t-1}) \quad (3.12)$$

³ *Unit Commitment* em uma tradução livre significa "comprometimento das unidades" que neste trabalho contempla o comprometimento das unidades de geração termoeletricas.

⁴ *Status* aqui, significa unidade ligada ou unidade desligada.

onde $ton_{u,t}$ é calculado pela equação (3.13), a seguir, sendo que Ton_u representa o tempo mínimo fixo que a unidade u deve ficar ligada.

$$ton_{u,t} = \min\{Ton_u, T - t + 1\} \quad (3.13)$$

Já a equação (3.14), a seguir, apresenta a restrição de tempo mínimo que uma unidade deve permanecer desligada. Sendo que $toff_{u,t}$ é o tempo mínimo que a unidade u deve manter-se desligada a partir de um período t .

$$\sum_{n=t}^{t+toff_{u,t}-1} (1 - y_{u,n}) \geq toff_{u,t} * (Y_{u,t-1} - Y_{u,t}) \quad (3.14)$$

onde $toff_{u,t}$ é calculado pela equação (3.15), a seguir, considerando $Toff_u$ o tempo mínimo fixo que a unidade u deve ficar desligada.

$$toff_{u,t} = \min\{Toff_u, T - t + 1\} \quad (3.15)$$

3.1.2.5 Restrição de Custo de Acionamento e Desligamento das Unidades

Os custos de acionamento e desligamento estão diretamente associados as variáveis binárias $Y_{u,j,t}$ que realiza o controle de acionamento e de desligamento das unidades térmicas. Esta restrição assegura que os custos de ligar e desligar serão contabilizados toda vez que uma unidade tiver seu *status* alterado.

$$Con_u(Y_{u,t} - Y_{u,t-1}) \leq Son_{u,t}; \quad (3.16)$$

$$Coff_u(Y_{u,t-1} - Y_{u,t}) \leq Soff_{u,t}; \quad (3.17)$$

onde:

$Son_{u,t}$: custo de acionar a unidade u no período t ;

Con_u : custo fixo de acionamento da unidade u ;

$Soff_{u,t}$: custo de desligar a unidade u no período t ;

$Coff_u$: custo fixo de desligamento da unidade u ;

3.1.2.6 Restrição de Limite de Geração das Unidades Termoelétricas

A equação 3.18, a seguir, descreve a restrição que impõem limites máximos e mínimos de geração para as unidades, assim como qualquer restrição de caixa. O que distingue esta restrição é que os limites $GTMIN_u$ e $GTMAX_u$ são multiplicados

pela variável $Y_{u,t}$, fazendo com que estes limites tornem-se nulos quando uma unidade estiver desligada.

$$GTMIN_u(Y_{u,t}) \leq GT_{u,t} \leq GTMAX_u(Y_{u,t}) \quad (3.18)$$

onde:

$GTMIN_u$: limite mínimo de geração da unidade u - [MWh];

$GTMAX_u$: limite máximo de geração da unidade u - [MWh].

3.1.2.7 Restrições de Limites Físicos e Operativos

$$VMIN_i \leq V_{i,t} \leq VMAX_i \quad (3.19)$$

$$QMIN_i \leq Q_{i,t} \leq QMAX_i \quad (3.20)$$

$$QVTMIN_i \leq QVT_{i,t} \leq QVTMAX_i \quad (3.21)$$

$$INTMIN_{l,m} \leq INT_{(l,m),t} \leq INTMAX_{l,m} \quad (3.22)$$

onde:

$VMIN_i$: volume mínimo do reservatório i - [hm^3];

$VMAX_i$: volume máximo do reservatório i - [hm^3];

$QMIN_i$: vazão turbinada mínima do reservatório i - [m^3/s];

$QMAX_i$: vazão turbinada máxima do reservatório i - [m^3/s];

$QVTMIN_i$: vazão vertida mínima do reservatório i - [m^3/s];

$QVTMAX_i$: vazão vertida máxima do reservatório i - [m^3/s];

$INTMIN_{l,m}$: intercâmbio mínimo de energia entre o subsistema l e m - [MWh];

$INTMAX_{l,m}$: intercâmbio máximo de energia entre o subsistema l e m - [MWh];

Considerando a função objetivo e as restrições descritas nos parágrafos precedentes, reitera-se que o modelo matemático para o despacho hidrotérmico horário é representado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \sum_{t=1}^T \left(\sum_{u=1}^{NUT} \left((CT_u * GT_{u,t}) + Son_{u,t} + Sof f_{u,t} \right) + \sum_{i=1}^{NUH} (CQVT_i * QVT_{i,t}) + \right. \\ & \left. \sum_{m=1}^{NS} \left(CD_m * DEF_{m,t} + \sum_{l \in \Omega} C_{int_{m,l}} * INT_{(m,l),t} \right) \right) \end{aligned}$$

s.a

$$V_{i,t} = V_{i,t-1} + \frac{s_t}{10^6} \left(\sum_{k \in M_i} (Q_{k,t} + QVT_{k,t}) - (Q_{i,t} + QVT_{i,t}) + Ainc_{i,t} \right),$$

$$t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS; i \in R_m$$

$$\sum_{i \in R_m} GH_{i,t}(V_{i,t-1}, V_{i,t}, Q_{i,t}, QVT_{i,t}) + \sum_{u \in U_m} GT_{j,t} +$$

$$\sum_{l \in \omega_m} (INT_{(l,m),t} - INT_{(m,l),t}) + DEF_{m,t} = D_{m,t}, \quad t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS$$

$$\left| GT_{u,t-1} - GT_{u,t} \right| \leq R_u, \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT$$

$$\sum_{n=t}^{t+ton_{u,t}-1} Y_{u,n} \geq ton_{u,t} * (Y_{u,t} - Y_{u,t-1}), \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; Y_{u,t} \in \{0, 1\}$$

$$\sum_{n=t}^{t+toff_{u,t}-1} (1 - y_{u,n}) \geq toff_{u,t} * (Y_{u,t-1} - Y_{u,t}), \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; Y_{u,t} \in \{0, 1\}$$

(3.23)

$$Con_u(Y_{u,t} - Y_{u,t-1}) \leq Son_{u,t}, \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT$$

$$Coff_u(Y_{u,t-1} - Y_{u,t}) \leq Soff_{u,t}, \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT$$

$$GTMIN_u(Y_{u,t}) \leq GT_{u,t} \leq GTMAX_u(Y_{u,t}), \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; Y_{u,t} \in \{0, 1\}$$

$$VMIN_i \leq V_{i,t} \leq VMAX_i, \quad t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS; i \in R_m$$

$$QMIN_i \leq Q_{i,t} \leq QMAX_i, \quad t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS; i \in R_m$$

$$QVTMIN_i \leq QVT_{i,t} \leq QVTMAX_i, \quad t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS; i \in R_m$$

$$INTMIN_{l,m} \leq INT_{(l,m),t} \leq INTMAX_{l,m}, \quad m = 1, \dots, NS; l \in \omega_m$$

$$Son_{u,t} \geq 0; \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT;$$

$$Soff_{u,t} \geq 0; \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT;$$

3.2 MODELAGEM LINEAR DO PROBLEMA DO DESPACHO HIDROTÉRMICO HORÁRIO

Apesar do problema do despacho hidrotérmico horário apresentar características não lineares como as descritas na seção 3.1, alguns trabalhos como o de Medina, Quintana e Conejo (1999), Luciano (2010), Alvarez, Marcovecchio e Aguirreab (2018), Bo et al. (2019) e Shaaban, Zeynal e Nor (2019) tratam o problema de forma linear. Logo, considerando algumas premissas, nesta seção será descrita uma formulação para o problema do despacho hidrotérmico horário de forma linear.

Como já mencionado, uma das não linearidades do problema refere-se à função do custo de produção de energia elétrica das unidades termoeletricas. Geralmente, estes custos estão descritos conforme a equação 3.2, que representa uma função quadrática. Porém, para esta proposta de dissertação são utilizadas funções lineares para representação destes custos de geração das unidades termoeletricas, considerando os coeficientes⁵ da tabela 1.

⁵ Os coeficientes ct_0 , ct_1 e ct_2 representam, respectivamente, os valores associados ao termo independente, ao termo de grau 1 (um) e ao termo de grau 2 (dois) da função de custo de produção de energia das unidades termoeletricas.

TABELA 1 – Função Custo das Unidades Termoelétricas

Nome	Coeficientes		
	ct0	ct1	ct2
ANGRA I	0	31,17	0
ANGRA II	0	20,12	0
BAIXADA FLU	0	88,74	0
	0	88,74	0
	0	88,74	0
NORTEFLU-1	0	62,78	0
NORTEFLU-2	0	72,47	0
NORTEFLU-3	0	139,10	0
NORTEFLU-4	0	357,66	0
ARAUCARIA	0	2,19	0
	0	2,19	0
	0	2,19	0
CANOAS	0	698,14	0
	0	698,14	0
BATURITE	0	764,27	0
CAMPINA GDE	0	643,25	0
	0	643,25	0
	0	643,25	0
	0	643,25	0
TERMOBAHIA	0	280	0
MARANHAO III	0	80,44	0
	0	80,44	0
	0	80,44	0
MAUA 3	0	67,02	0
	0	67,02	0
	0	67,02	0
PORTO ITAQUI	0	206,68	0

Fonte: ONS (2019).

Com estes coeficientes a representação dos custos de produção de energia passam a ser descritos de forma linear, conforme a seguinte equação:

$$CT_u(GT_{u,t}) = 0 + ct_{1,u}(GT_{u,t}) + 0 * (GT_{u,t})^2, \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT, \quad (3.24)$$

ou seja,

$$CT_u(GT_{u,t}) = ct_{1,u}(GT_{u,t}), \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT. \quad (3.25)$$

Assim como a função de custo de produção das termoeletricas, a geração de energia das usinas hidroelétricas também apresenta características não lineares.

A não linearidade da geração das hidroelétricas está no cálculo da altura de queda bruta, a qual é calculada através da diferença entre dois polinômios de 4º grau, como descrito pela equação 3.9. Estes polinômios de cota montante e cota jusante dependem, respectivamente, de $V_{med_{i,t}}$ e $Z_{i,t}$. Onde,

$$V_{med_{i,t}} = \frac{V_{i,t-1} + V_{i,t}}{2}, \quad (3.26)$$

representa a média do volume de um reservatório entre dois períodos consecutivos, e

$$Z_{i,t} = Q_{i,t} + QVT_{i,t}, \quad (3.27)$$

que representa a soma da vazão turbinada e vertida de um reservatório em um período.

Para realizar uma simplificação para geração de energia das hidroelétricas, tornando-a linear, será considerado a seguinte premissa: que o volume final dos reservatórios estão a 70% de seu volume máximo. Com isto, é possível fazer uma estimativa do volume ($V_{est_{i,t}}$) de cada reservatório em cada período da seguinte forma:

$$V_{est_{i,t}} = V_{inicial_i} + \frac{(V_{final_{i,T}} - V_{inicial_i})}{T}, \quad t = 1. \quad (3.28)$$

e

$$V_{est_{i,t}} = V_{est_{i,t-1}} + \frac{(V_{final_{i,T}} - V_{inicial_i})}{T}, \quad t = 2, \dots, T. \quad (3.29)$$

Assim, considerando estes volumes estimados, o volume médio $V_{med_{i,t}}$ pode ser fixado realizando o seguinte cálculo:

$$\overline{V_{med_{i,t}}} = \frac{(V_{est_{i,t-1}} + V_{est_{i,t}})}{2}, \quad t = 1, \dots, T. \quad (3.30)$$

Já, para fixar um valor para $Z_{i,t}$, foi considerada a vazão turbinada máxima e a vazão vertida mínima como mostra a seguinte equação:

$$\overline{Z_{i,t}} = Q_{max_{i,t}} + QVT_{min_{i,t}}, \quad t = 1, \dots, T. \quad (3.31)$$

Logo, com esta simplificação que fixa $\overline{V_{med_{i,t}}}$ e $\overline{Z_{i,t}}$, é possível transformar a função de produção de energia hidroelétrica em uma função linear. Com $\overline{V_{med_{i,t}}}$ e $\overline{Z_{i,t}}$ fixados, a diferença entre os polinômios de cota montante e cota jusante passam a ser representados por um valor fixo para cada usina. Este valor subtraído das perdas hídricas (p_i) e multiplicado pela produtibilidade específica (k_i) da usina, representa uma altura de queda líquida. Assim, com uma altura de queda líquida igual para todos os períodos, a produção de energia das hidroelétricas passa a depender somente da vazão turbinada.

Portanto, considerando os custos de geração das termoeletricas como uma função linear e assumindo algumas premissas para tratar a geração das usinas hidroe-
létricas de forma linear, o modelo matemático linear inteiro misto para o problema do
despacho horário fica representado da seguinte forma:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{t=1}^T \left(\sum_{u=1}^{NUT} \left((ct_{1,u} * GT_{u,t}) + Son_{u,t} + Sof f_{u,t} \right) + \sum_{i=1}^{NUH} (CQVT_i * QVT_{i,t}) + \right. \\ \left. \sum_{m=1}^{NS} \left(CD_m * DEF_{m,t} + \sum_{l \in \Omega} C_{int_{m,l}} * INT_{(m,l),t} \right) \right)$$

s.a

$$V_{i,t} = V_{i,t-1} + \frac{S_t}{10^6} \left(\sum_{k \in M_i} (Q_{k,t} + QVT_{k,t}) - (Q_{i,t} + QVT_{i,t}) + Ainc_{i,t} \right), \\ t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS; i \in R_m$$

$$\sum_{i \in R_m} GH_{i,t}(Q_{i,t}) + \sum_{u \in U_m} GT_{j,t} + \\ \sum_{l \in \omega_m} (INT_{(l,m),t} - INT_{(m,l),t}) + DEF_{m,t} = D_{m,t}, \quad t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS$$

$$\left| GT_{u,t-1} - GT_{u,t} \right| \leq R_u, \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT$$

$$\sum_{n=t}^{t+ton_{u,t}-1} Y_{u,n} \geq ton_{u,t} * (Y_{u,t} - Y_{u,t-1}), \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; Y_{u,t} \in \{0, 1\}$$

$$\sum_{n=t}^{t+toff_{u,t}-1} (1 - y_{u,n}) \geq toff_{u,t} * (Y_{u,t-1} - Y_{u,t}), \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; Y_{u,t} \in \{0, 1\} \\ (3.32)$$

$$Con_u(Y_{u,t} - Y_{u,t-1}) \leq Son_{u,t}, \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT$$

$$Coff_u(Y_{u,t-1} - Y_{u,t}) \leq Sof f_{u,t}, \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT$$

$$GTMIN_u(Y_{u,t}) \leq GT_{u,t} \leq GTMAX_u(Y_{u,t}), \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT; Y_{u,t} \in \{0, 1\}$$

$$VMIN_i \leq V_{i,t} \leq VMAX_i, \quad t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS; i \in R_m$$

$$QMIN_i \leq Q_{i,t} \leq QMAX_i, \quad t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS; i \in R_m$$

$$QVTMIN_i \leq QVT_{i,t} \leq QVTMAX_i, \quad t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, NS; i \in R_m$$

$$INTMIN_{l,m} \leq INT_{(l,m),t} \leq INTMAX_{l,m}, \quad m = 1, \dots, NS; l \in \omega_m$$

$$Son_{u,t} \geq 0; \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT;$$

$$Soff_{u,t} \geq 0; \quad t = 1, \dots, T; u = 1, \dots, NUT;$$

No modelo (3.32), estão destacados em azul as componentes que foram modificados para representar o problema do despacho horário de forma linear.

4 TESTES NUMÉRICOS

Os teste numéricos que são apresentados neste capítulo tem como objetivo validar a modelagem considerada para o problema do despacho hidrotérmico horário dadas suas particularidades. Os testes apresentados são realizados para o problema em sua formulação linear inteira mista e não linear inteira mista. É apresentada uma comparação dos resultados obtidos pelos modelos linear e não linear, assim como, será realizada uma avaliação em relação ao tempo computacional.

Como já mencionado, tanto o problema linear, quanto o não linear foram modelados de forma determinística, onde foi estabelecida uma demanda para cada um dos subsistemas. A demanda considerada para os testes numéricos foi definida considerando um percentual dos dados referentes à curva de carga horária publicada pelo ONS (2019). Estes dados originam-se da Base de Dados Técnicos do ONS e refletem as grandezas supervisionadas e programadas pelo ONS. Foram realizados testes para 10 diferentes séries de vazões afluentes.

Toda a programação dos problemas foi implementada utilizando o *Software* MATLAB® R2018b, em uma máquina com sistema operacional MS-Windows 10, processador Intel Core - i5 com 8GB de memória RAM.

4.1 SISTEMA TESTE

O sistema teste foi elaborado com base no SIN e está composto por 21 usinas hidroelétricas e 15 usinas termoeletricas, onde as termoeletricas contêm um total de 27 unidades¹ de geração de energia. As usinas estão distribuídas em 5 subsistemas como mostra a tabela 2, sendo estes subsistemas divididos em: Sudeste (SE), Sul (S), Nordeste (NE), Norte (N) e Itaipu. Para este sistema teste está sendo considerado um sexto subsistema denominado de nó-fictício que é utilizado para transmissão de energia entre os subsistemas Norte, Nordeste e Sudeste.

¹ Na tabela 2, estão descritas quantas usinas termoeletricas e quantas unidades de geração de energia cada subsistema possui.

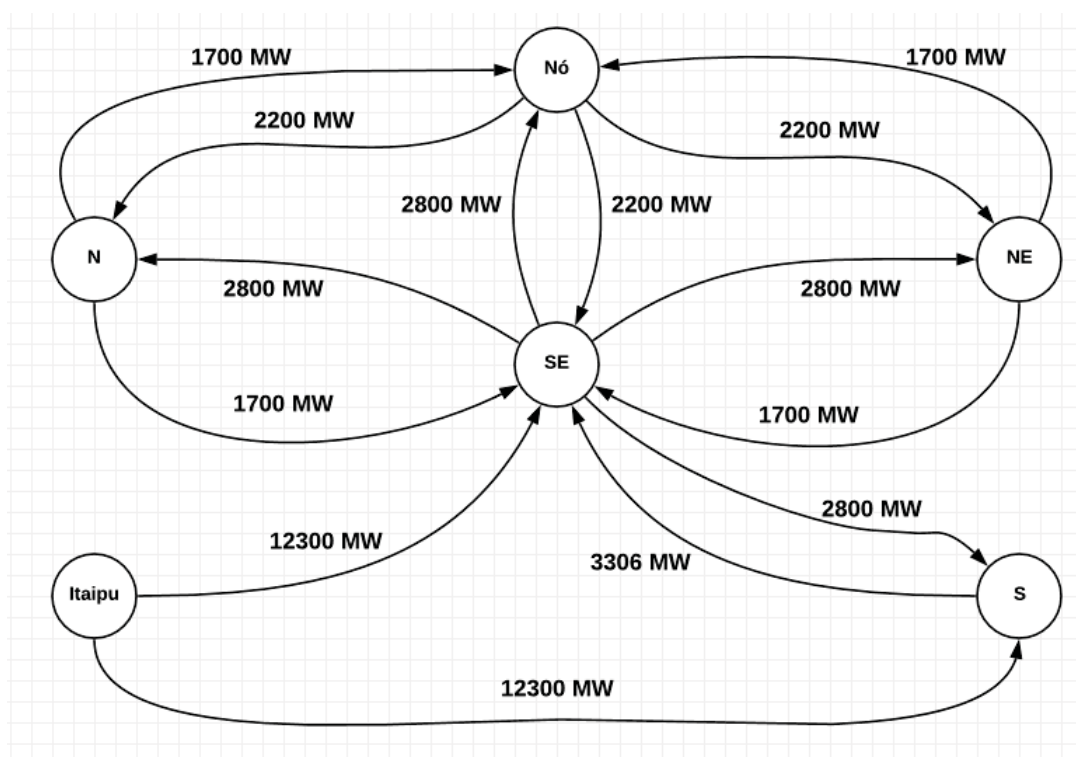
TABELA 2 – Distribuição das usinas por subsistema

Subsistema	Hidroelétrica	Termoelétrica (unidades)
SE	10	7 (9 un.)
S	8	2 (5 un.)
NE	1	3 (6 un.)
N	1	3 (7 un.)
Itaipu	1	-

Fonte: Autor (2019).

A figura 7 exibe as linhas de intercâmbio disponíveis para transmissão de energia entre os subsistemas, assim como, a capacidade de transmissão entre estes subsistemas. No total, são consideradas 14 linhas de transmissão para este sistema teste. A tabela 3 exibe quais usinas termoelétricas compõem o sistema teste, con-

FIGURA 7 – Linhas de Intercâmbio de energia



Fonte: Autor (2019).

siderando 27 unidades de geração. Nela são descritos o nome da usina, a potência de cada uma das unidades de geração, o combustível utilizado por cada unidade, os limites máximos e mínimos de geração das unidades e o subsistema a qual a unidade termoelétrica pertence.

TABELA 3 – Unidades de geração das usinas Termoelétricas.

Nome	Potência (MW)	Subsistema	Combustível	GTmin	GTmax
ANGRA 1	640	Sudeste	Nuclear	520	640
ANGRA 2	1350	Sudeste	Nuclear	1080	1350
BAIXADA FLU	260	Sudeste	Gás Natural	160	260
	260	Sudeste	Gás Natural	160	260
	530	Sudeste	Gás Natural	320	530
NORTEFLU-1	400	Sudeste	Gás Natural	400	400
NORTEFLU-2	100	Sudeste	Gás Natural	0	100
NORTEFLU-3	200	Sudeste	Gás Natural	0	200
NORTEFLU-4	127	Sudeste	Gás Natural	0	127
ARAUCARIA	156.8	Sul	Gás Natural	117	156.8
	158.6	Sul	Gás Natural	117	158.6
	169.1	Sul	Gás Natural	117	169.1
CANOAS	160	Sul	Gás Natural	100	160
	240	Sul	Gás Natural	150	240
BATURITE	11.5	Nordeste	Combustível	8	11.5
CAMPINA GDE	42.3	Nordeste	Combustível	31	42.3
	42.3	Nordeste	Combustível	31	42.3
	42.3	Nordeste	Combustível	31	42.3
	42.3	Nordeste	Combustível	31	42.3
TERMOBAHIA	185.9	Nordeste	Gás Natural	100	185.9
MARANHÃO III	168.8	Norte	Diesel	90	168.8
	168.8	Norte	Diesel	90	168.8
	181.2	Norte	Diesel	90	181.2
MAUA 3	189.6	Norte	Gás Natural	100	189.6
	221.7	Norte	Gás Natural	160	221.7
	189.6	Norte	Gás Natural	100	189.6
PORTO ITAQUI	360.1	Norte	Carvão	240	360.1

FONTE: CCEE (2019).

Como já mencionado na seção 3.1.2.4, as restrições de tempo mínimo das unidades termoelétricas controlam a permanência das unidades ligadas (On) e desligadas (Off). Na tabela 4², segue o tempo mínimo, em horas, que as unidades termoelétricas permanecem ligadas ou desligadas.

² Os dados referentes ao tempo On/Off foram retirados do deck do DESSEM de 09/2019 fornecido pela CCEE.

TABELA 4 – Tempo mínimo das unidades ligadas e desligadas

Unidade Termoelétrica	Tempo On (horas)	Tempo Off (horas)
1	168	168
2	168	168
3	72	48
4	72	48
5	72	48
6	72	48
7	72	48
8	72	48
9	72	48
10	24	8
11	24	8
12	24	8
13	48	24
14	48	24
15	0	0
16	2	3
17	2	3
18	2	3
19	2	3
20	72	48
21	72	9
22	72	9
23	72	9
24	8	8
25	8	8
26	8	8
27	168	48

FONTE: CCEE (2019).

Na tabela 5 constam as usinas hidroelétricas utilizadas neste sistema teste, onde estão descritos o nome das usinas hidroelétricas, suas potências em Megawatt (MW) e o subsistema ao qual elas pertencem.

TABELA 5 – Usinas Hidroelétricas

Nome	Potência (MW)	Subsistema
FURNAS	1692	Sudeste - SE/U1
MARIMBONDO	2944	Sudeste - SE/U2
A. VERMELHA	2958	Sudeste - SE/U3
EMBORCAÇÃO	1048	Sudeste - SE/U4
ITUMBIARA	2940	Sudeste - SE/U5
SÃO SIMÃO	2670	Sudeste - SE/U6
I. SOLTEIRA	9399	Sudeste - SE/U7
P. PRIMAVERA	8904	Sudeste - SE/U8
ITAIPU	13260	Sudeste - SE/U9
G.B. MUNHOZ	1376	Sul - S/U10
SEGREDO	1268	Sul - S/U11
SLT.SANTIAGO	1500	Sul - S/U12
SALTO OSÓRIO	1784	Sul - S/U13
SALTO CAXIAS	2100	Sul - S/U14
MACHADINHO	1311	Sul - S/U15
ITA	1590	Sul - S/U16
PASSO FUNDO	102	Sul - S/U17
TRÊS MARIAS	924	Sudeste - SE/U18
SOBRADINHO	4278	Nordeste - NE/U19
SERRA MESA	1191	Sudeste - SE/U20
TUCURUI	14626	Norte - N/U21

FONTE: CCEE (2019).

Na figura 8, segue um esquema com o posicionamento das usinas hidroelétricas na cascata. O esquema, adaptado de Gonçalves et al. (2011), mostra as usinas que compõem o sistema teste descrevendo o número da usina e seu subsistema. Além disso, no esquema está indicado quais usinas possuem reservatório e quais são usinas a fio d'água.

120 horas e 3 horas, quanto o modelo não linear inteiro misto do problema do despacho hidrotérmico horário, para discretização de 3 horas.

TABELA 6 – Séries de Vazão Afluente 1 à 5

Afluência (m^3/s)	1	2	3	4	5
FURNAS	1445,4	826,56	1429	2353,4	2033,90
MARIMBONDO	273,39	75,56	86,52	172,44	164,40
A. VERMELHA	116,24	60,71	51,41	596,21	275,70
EMBORCACAO	55,20	45,098	52,53	45,46	98,30
ITUMBIARA	745,32	318,37	684,76	327,03	642,54
SAO SIMAO	573,32	319,92	588,98	409,73	1321,20
I. SOLTEIRA	66,87	10,29	71,96	29,042	90,513
P. PRIMAVERA	320,90	139,09	95,31	251,54	593,46
ITAIPU	635,95	262,61	404,56	267,37	498,37
G.B. MUNHOZ	144,60	48,450	15,60	160,04	248,67
SEGREDO	242,99	213,61	401,88	248,68	207,70
SLT.SANTIAGO	1054,90	508,69	949,03	328,71	765,69
SALTO OSORIO	846,23	327,76	539,10	380,98	531,76
SALTO CAXIAS	151,92	80,19	210,95	107,66	403
MACHADINHO	953,65	496,85	555,67	808,17	2170,6
ITA	1196	660	605	868	1468
PASSO FUNDO	3984,60	2224	1339,90	862,06	2861,80
TRES MARIAS	402,58	115,84	123,66	793,61	572,50
SOBRADINHO	600,90	191,67	173,99	436,19	1590,60
SERRA MESA	172,16	60,62	47,53	190,17	584,64
TUCURUI	77,14	34,96	32,48	11,21	197,78

TABELA 7 – Séries de Vazão Afluente 6 à 10

Afluência (m^3/s)	6	7	8	9	10
FURNAS	1218,40	1004,10	785,80	1829,20	1658,30
MARIMBONDO	35,83	62,29	85,20	34,46	51,02
A. VERMELHA	79,69	264,44	523,36	78,21	152,24
EMBORCACAO	67,24	55,36	46,91	82,73	105,38
ITUMBIARA	797,16	298,99	168,14	420,22	505,65
SAO SIMAO	698,66	302,77	177,53	445,52	621,59
I. SOLTEIRA	75,56	67,48	21,22	18,866	25,5170
P. PRIMAVERA	534,54	911,79	381,63	279,15	243,52
ITAIPU	326,13	216,67	183,44	361	293,63
G.B. MUNHOZ	90,45	56,78	96,56	261,74	72,27

Continuação da tabela 7

Afluência (m^3/s)	6	7	8	9	10
SEGredo	223,38	246,73	223,86	366,72	273,79
SLT.SANTIAGO	309,51	325,85	184,85	707,52	454,55
SALTO OSORIO	530	408,32	263,86	963,68	646,52
SALTO CAXIAS	183,72	131,16	79,40	311,71	137,43
MACHADINHO	1003	862,95	664,94	695,20	674,64
ITA	1365	1397	690	551	902
PASSO FUNDO	3073	4064	2845,56	4553,50	1604
TRES MARIAS	165,18	546,46	564,48	241,48	312,09
SOBRADINHO	635,21	1095,10	634,39	269,48	524,39
SERRA MESA	365,67	557,36	264,78	203,450	222,94
TUCURUI	94,15	441	22,13	-57,69	-60,93

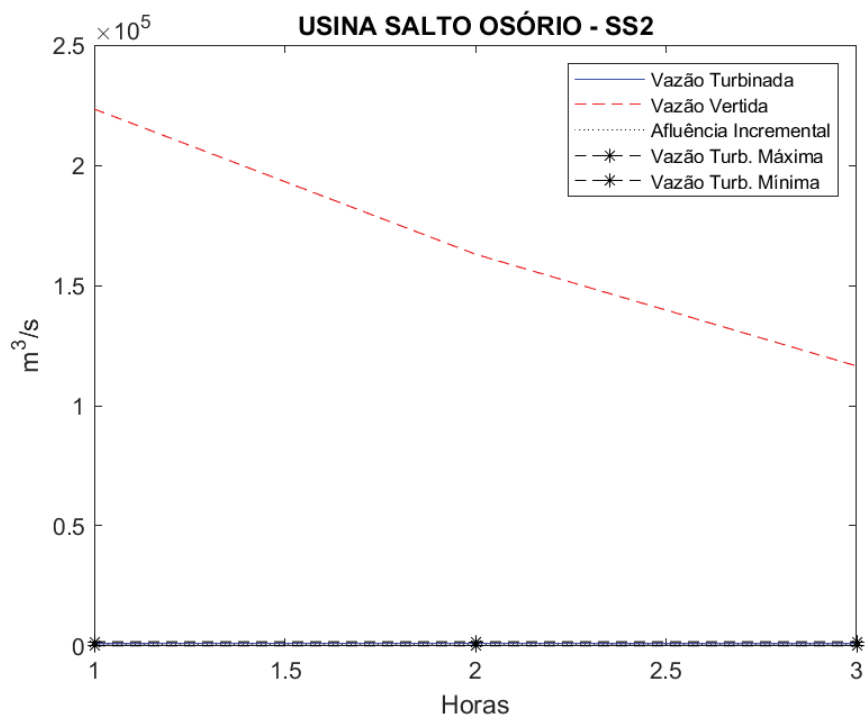
4.2 PENALIZAÇÃO DE VERTIMENTO

Nesta seção serão realizadas algumas considerações referentes à inclusão dos custos associados à vazão vertida dos reservatórios. Em testes preliminares, foram encontrados resultados coerentes em relação à modelagem, onde as restrições descritas no capítulo 3 foram rigorosamente cumpridas, porém, algumas usinas estavam apresentando vertimentos elevados. Ao examinar estes resultados, observou-se que algumas usinas estavam atingindo seus limites de turbinamento máximo, com seus reservatórios em seu volume mínimo, e ainda estavam realizando vertimentos quando poderiam armazenar água. Do ponto de vista da modelagem e da otimização esta situação não está impedida de acontecer, uma vez que não foram incluídas restrições que evitassem vertimentos em momentos onde seria possível armazenar água. Como, a realização de vertimento em quantidades significativas não é uma boa situação quando se trata do problema do despacho hidrotérmico, logo para que as ocorrências de vertimentos desnecessários parassem de acontecer foi incorporado às modelagens linear e não linear inteira mista um custo associado à vazão vertida pelos reservatórios. Este custo não representa um custo real, e sim uma penalização para a vazão vertida.

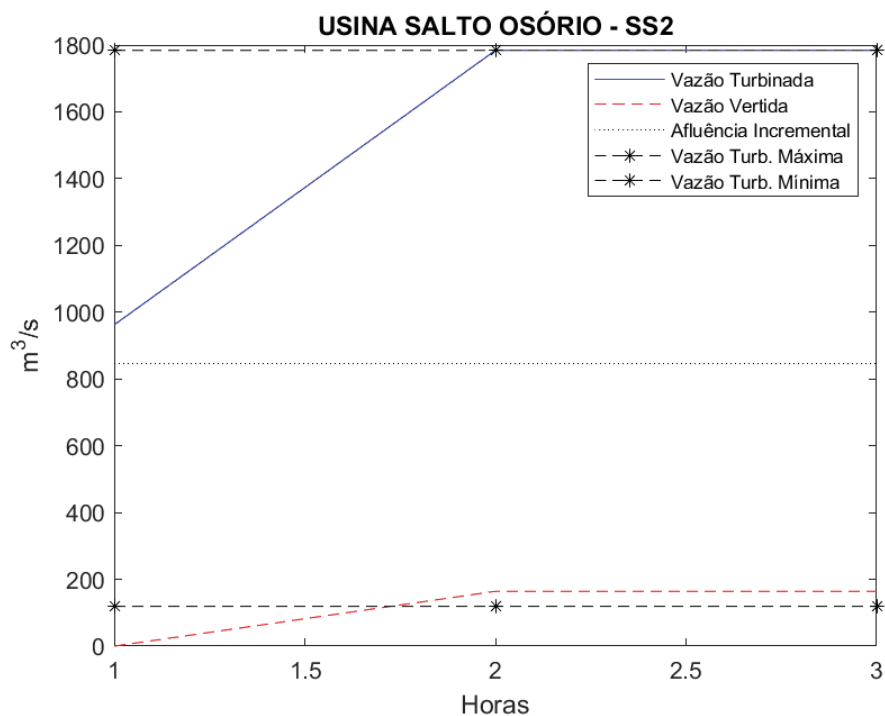
Para que possa ser observada a diferença que a inclusão desta penalidade causa na vazão vertida pelas usinas, seguem algumas comparações realizadas para usinas que apresentaram vertimentos elevados. A comparação foi realizada com e sem a inclusão da penalização³ associada à vazão vertida.

³ O valor utilizado para penalização do vertimento foi de 1×10^{-4} , para todos os reservatórios.

FIGURA 9 – Comparação da inclusão do custo de vertimento - Usina Salto Osório



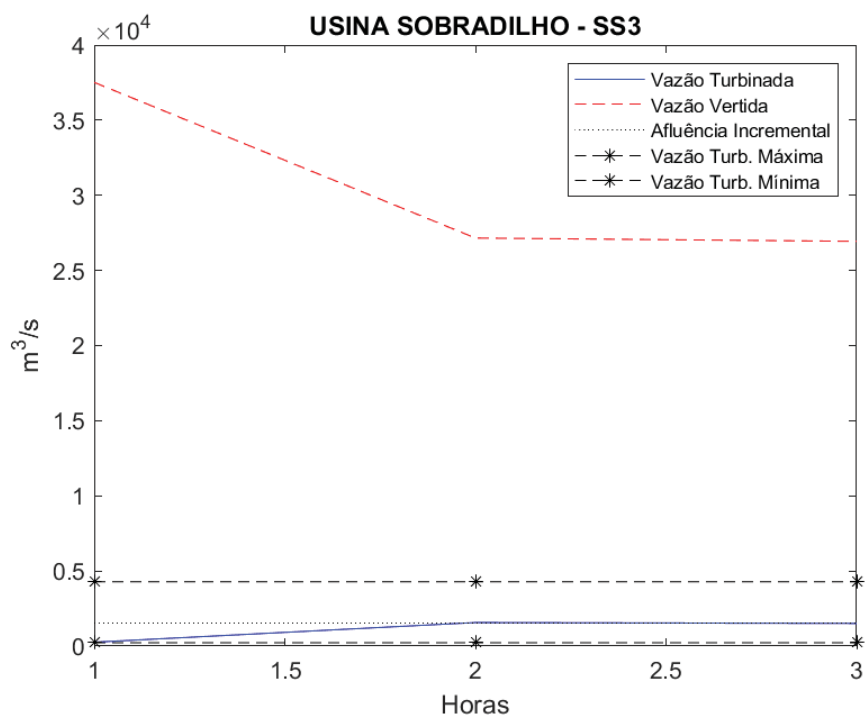
(a) Vazão vertida sem custos de vertimento



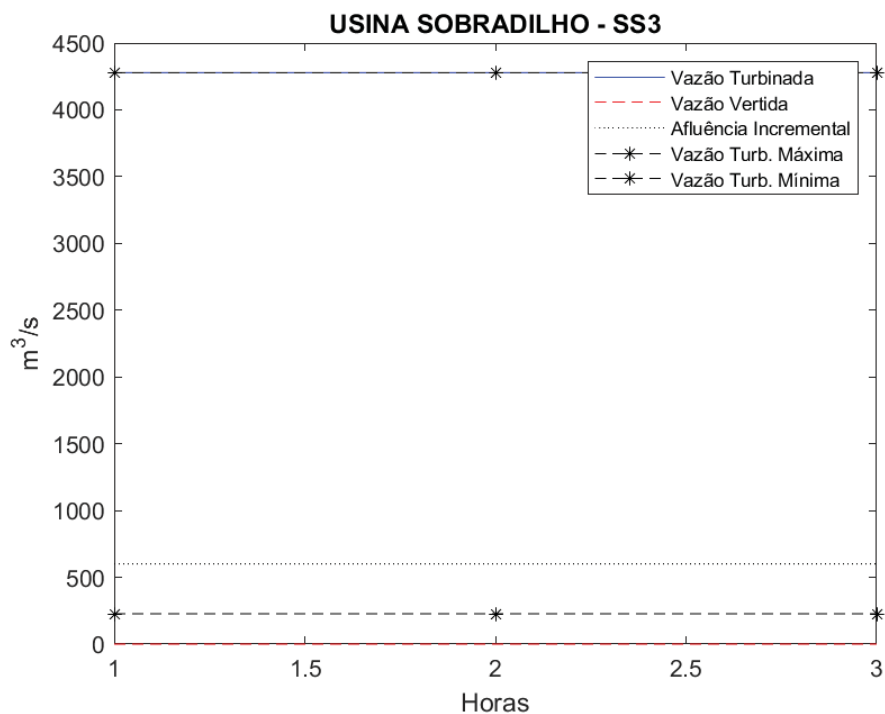
(b) Vazão vertida com custos de vertimento

FONTE: Autor (2019).

FIGURA 10 – Comparação da inclusão do custo de vertimento - Usina Sobradinho



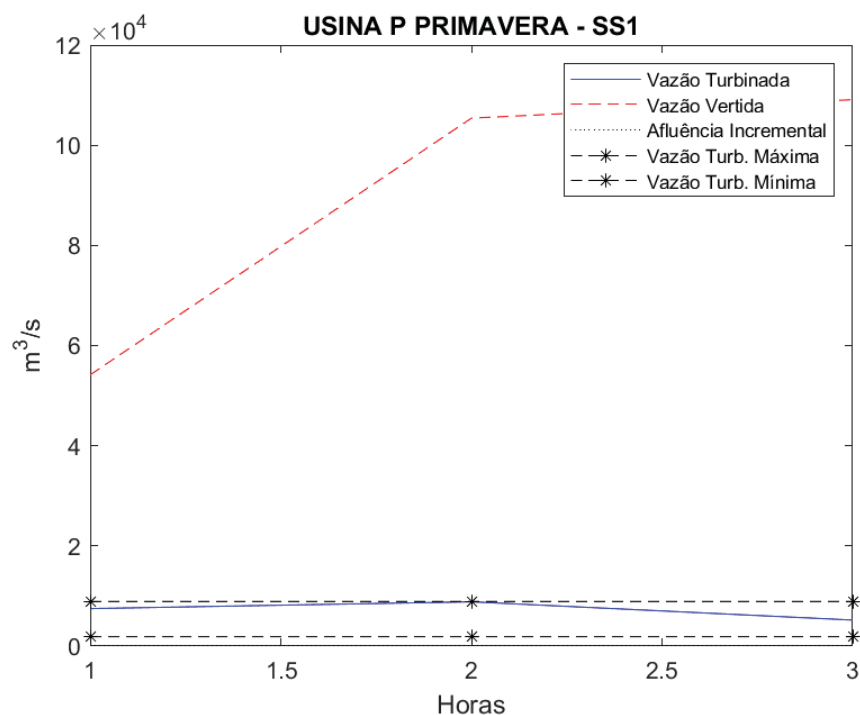
(a) Vazão vertida sem custos de vertimento



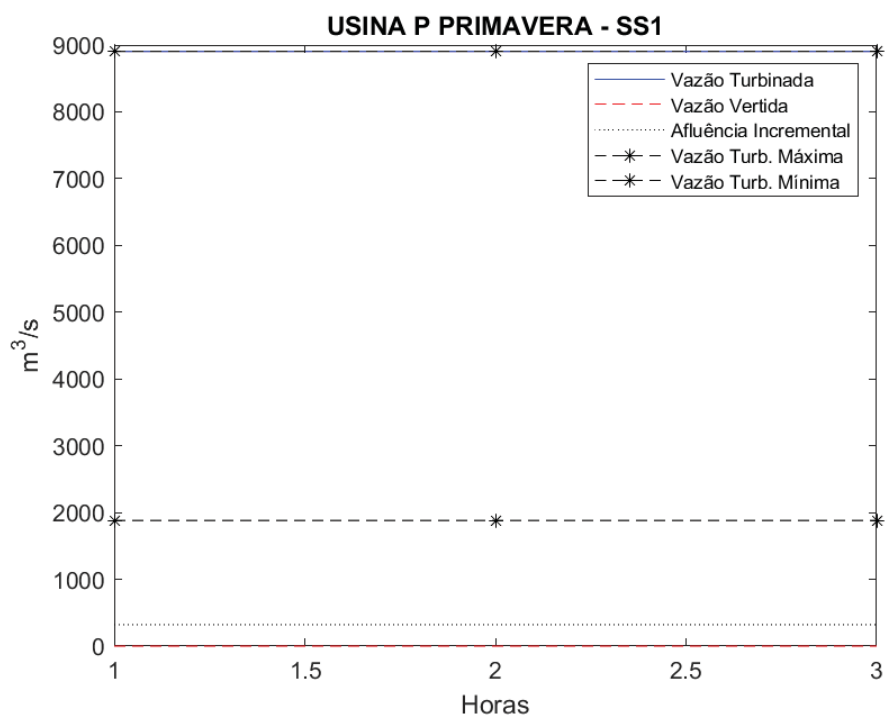
(b) Vazão vertida com custos de vertimento

FONTE: Autor (2019).

FIGURA 11 – Comparação da inclusão do custo de vertimento - Usina Porto Primavera



(a) Vazão vertida sem custos de vertimento



(b) Vazão vertida com custos de vertimento

FONTE: Autor (2019).

Logo, como pode ser observado, as comparações mostraram que a inclusão da

penalização para vazão vertida foram benéficas. Portanto, para os demais testes que serão apresentados nas seções seguintes serão considerados estes custos associados à vazão vertida pelos reservatórios.

4.3 RESULTADOS

4.3.1 Resultados do PDH Linear Inteiro Misto

Serão apresentados nesta seção os resultados obtidos pela otimização do problema do despacho hidrotérmico horário na sua forma linear inteira mista, tal como descrito da seção 3.2. Os testes numéricos foram realizados para 10 séries de vazão considerando um período de estudo de 120 horas, que equivale a um período de cinco dias⁴.

O problema do despacho hidrotérmico horário linear inteira mista foi testado utilizando o *Solver Intlinprog* do próprio MATLAB. Este *Solver* utiliza a metodologia B&B para solucionar o problema. Considerando o período de estudo de 120 horas e 6 subsistemas, o problema a ser resolvido é composto por 54000 restrições, entre restrições de igualdade, desigualdade e restrições de caixa, e descrito por 24840 variáveis, sendo 3240 delas, variáveis inteiras. O problema foi resolvido utilizando as 10 séries de vazão afluentes apresentadas nas tabelas 6 e 7.

A primeira análise faz referência ao tempo computacional, onde é possível observar pela tabela 8, como foi o desempenho computacional em relação ao tempo gasto para obter uma solução para o problema considerando as 10 séries de afluência.

TABELA 8 – Resultados de custos e tempo computacional do PDH para 120 horas

	CUSTOS - (R\$)	TEMPO - (segundo)
AFLU 1	3611 x 10 ⁶	45.40
AFLU 2	3802 x 10 ⁶	190.74
AFLU 3	3764 x 10 ⁶	55.46
AFLU 4	3620 x 10 ⁶	36.31
AFLU 5	3611 x 10 ⁶	37.05
AFLU 6	3611 x 10 ⁶	107.78
AFLU 7	3612 x 10 ⁶	39.94
AFLU 8	3691 x 10 ⁶	70.11
AFLU 9	3679 x 10 ⁶	50.99
AFLU 10	3684 x 10 ⁶	46.92

FONTE: Autor (2019).

Observando a tabela 8, é possível perceber que apesar do problema do despacho hidrotérmico horário possuir um grande número de restrições e variáveis inteiras,

⁴ Obs: os cinco dias referem-se aos cinco dias úteis da semana (seg-sex).

os testes foram realizados em um tempo computacional relativamente pequeno. Para os 10 testes realizados, o tempo computacional médio de resolução foi de 68,07 segundos, sendo que o teste realizado para a série de afluência 4 foi o que mostrou o melhor desempenho, resolvendo o problema em 36,31 segundos. Na mesma tabela, também são exibidos os custos obtidos após a realização da otimização. Estes custos fazem referência aos custos de geração de energia das unidades térmicas, custos de liga/desliga das unidades e custos de déficit de energia por subsistema.

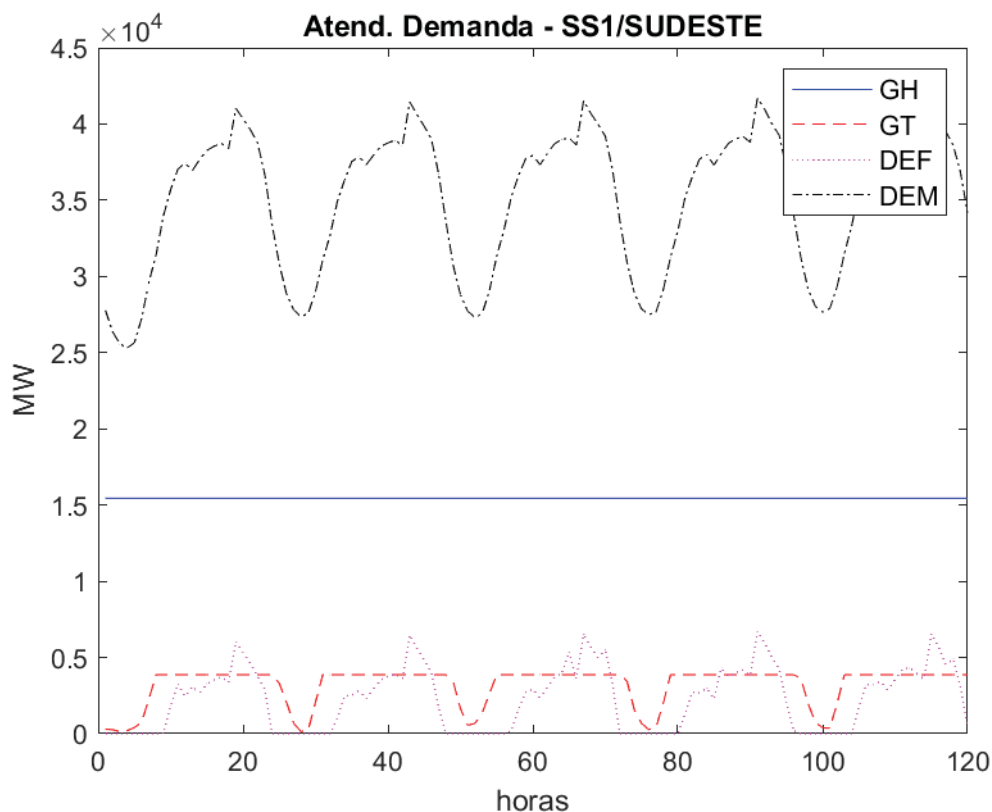
Ao realizar uma análise destes custo para os testes das 10 séries da afluência, é possível notar que todos os resultados atingiram a casa de R\$ 3bi. Porém, ao realizar uma comparação dos custos obtidos pela otimização do problema, utilizando as afluências 2 e 5, é possível observar uma diferença de custos que atingem a casa dos milhões de reais. Isto é um indicativo que as séries de afluência causam impactos significativos nos custos operacionais.

4.3.1.1 Atendimento à Demanda

Como a otimização realizada para o problema do despacho hidrotérmico horário apresentou os maiores custos de operação ao utilizar a série de afluência 2, será realizada uma análise mais detalhada para este teste em especial, começando pelo atendimento à demanda. A primeira análise refere-se ao atendimento a demanda de energia elétrica, que é dividida por subsistema. Esta demanda de energia deve ser atendida, preferencialmente, por energia gerada pelas usinas hidroelétricas e termoelétricas do próprio subsistema, a não ser que receber energia via intercâmbio acarrete em custos mais baixos. Em algumas situações, mesmo com a possibilidade de intercâmbio de energia, a demanda acaba não sendo atingida, acarretando em déficit de energia para o subsistema.

Os gráficos exibem as quantidades de energia elétrica em MW/h, para cada uma das 120 horas. Como já mencionado, a demanda (DEM) pode ser suprida com energia proveniente das usinas hidroelétricas (GH), energia proveniente das usinas termoelétricas (GT) e por intercâmbio de energia. Os gráficos que exibem o atendimento à demanda apontam também, o déficit de energia (DEF), quando este ocorrer. A figura 12, apresenta o atendimento a demanda de energia do subsistema Sudeste para o período de estudo de 120 horas.

FIGURA 12 – Atendimento à Demanda - Subsistema Sudeste



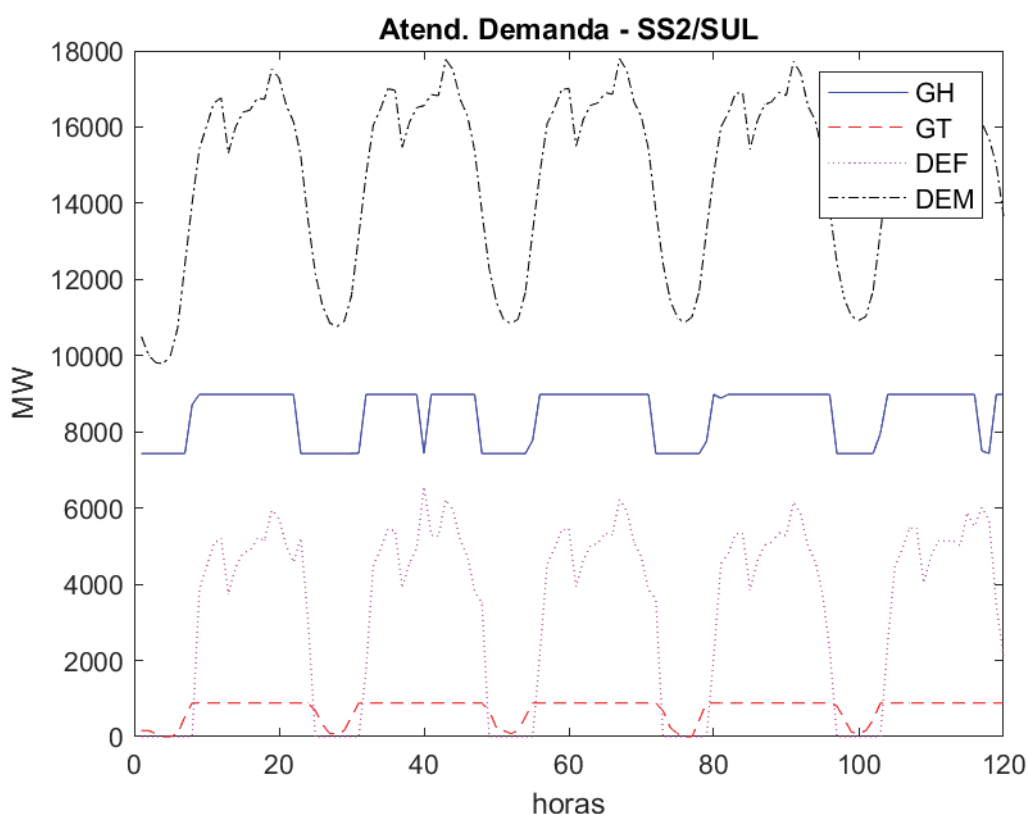
FONTE: Autor (2019).

Logo, observando a figura 12, é possível notar que o subsistema Sudeste não conseguiu realizar o atendimento à demanda de energia em alguns períodos, como mostra a curva referente ao déficit (DEF). Examinando o gráfico, observa-se que nos períodos onde a demanda por energia estava alta demais, a energia (GH) e (GT), respectivamente, provenientes das usinas hidroelétricas e termoeletricas foi gerada na capacidade máximas de geração das usinas, e ainda o subsistema recebeu energia via intercâmbio. Mesmo com suas usinas gerando energia no máximo, o subsistema Sudeste apresentou déficit de energia. O intercâmbio de energia não está explicitamente representado no gráfico, no entanto, ao descontar as quantidades de déficit de energia e a energia gerada pelo próprio subsistema é possível observar a energia suprida via intercâmbio. Posteriormente, será exposto através da análise do intercâmbio de energia, que o déficit de energia apresentado pelo subsistema Sudeste não pode ser evitado, pois os subsistemas Itaipu e Norte forneceram o máximo de energia possível via intercâmbio para o Sudeste, considerando os limites de transmissão de energia entre os subsistemas e a capacidade de produção de energia dos subsistemas.

Semelhantemente ao subsistema Sudeste, o subsistema Sul também apre-

sentou déficit de energia elétrica em alguns períodos. A figura 13, exibe em quais períodos ocorreu déficit de energia, onde a energia (GH) das usinas hidroelétricas e (GT) das termoeletricas estavam sendo geradas na amplitude máxima de geração. Já nos períodos em que não ocorreram incidências de déficit de energia, a demanda foi atendida com energia gerada por usinas hidroelétricas do subsistema e por intercâmbio de energia. Nestes períodos a demanda não pode ser suprida totalmente por energia gerada somente pelas usinas hidroelétricas do próprio subsistema, pois nestes períodos, as usinas U10, U11, U13, U15 E U16 estavam com os volumes dos seus reservatórios no mínimo. Portanto, como o subsistema estava com metade de suas usinas com os reservatórios no mínimo, ou seja, com estas usinas não podendo gerar quantidades significativas de energia, a energia faltante para o atendimento a demanda foi complementada com energia de outros subsistemas, via intercâmbio.

FIGURA 13 – Atendimento à Demanda - Subsistema Sul

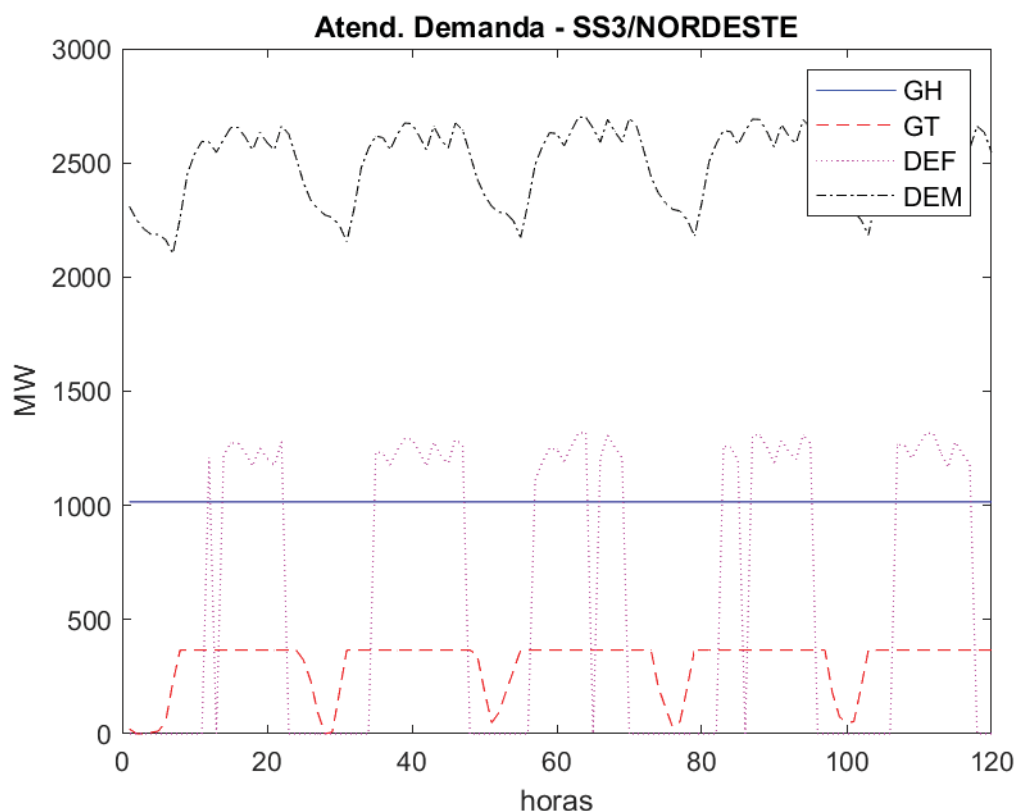


FONTE: Autor (2019).

Na figura 14, está exibido o atendimento à demanda de energia obtido pela otimização para o subsistema Nordeste, onde o subsistema apresentou déficit de energia em alguns períodos. Investigando os períodos que ocorreu déficit, pode-se verificar que as usinas hidroelétricas e termoeletricas do subsistema estavam gerando

na sua capacidade máxima. Vale ressaltar, que nestes períodos onde houve déficit de energia, os subsistemas que poderiam enviar energia para o Nordeste estavam suprindo a demanda de energia de outro subsistema.

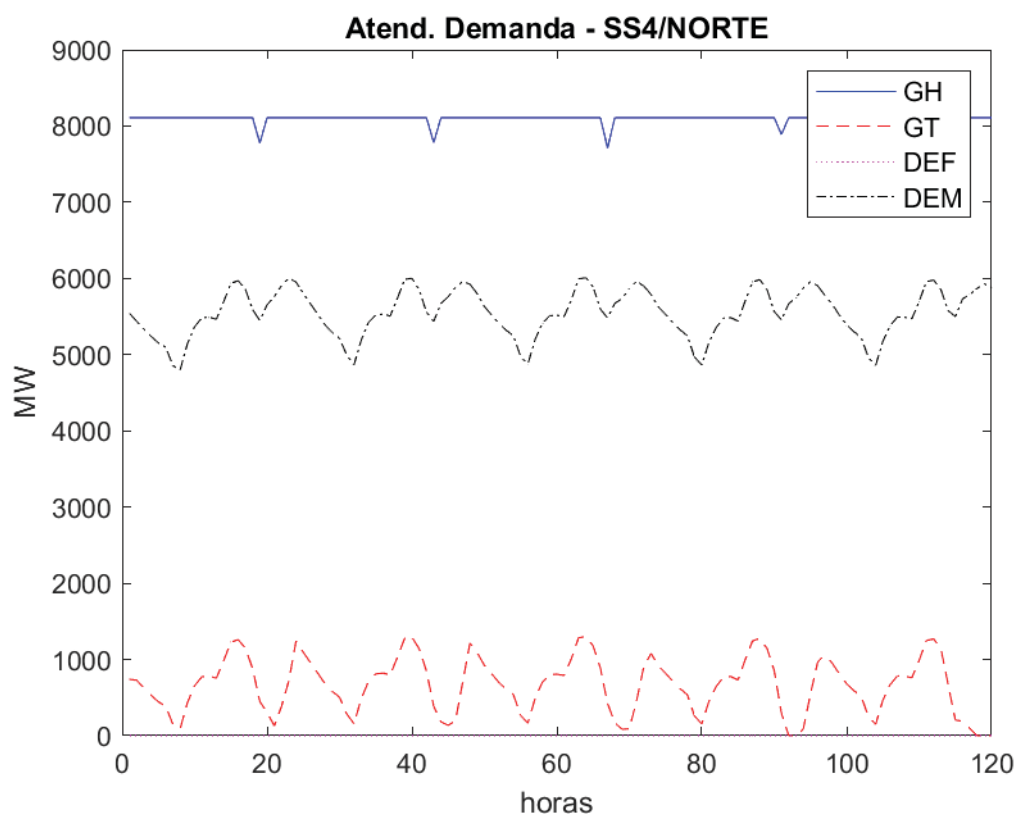
FIGURA 14 – Atendimento à Demanda - Subsistema Nordeste



FONTE: Autor (2019).

No subsistema Norte, a demanda de energia foi suprida em sua totalidade por energia (GH) do subsistema. Porém, observando a figura 15, fica evidente que ocorreu geração de energia das unidades termelétricas. Embora a demanda tenha sido atendida somente com energia oriunda das hidroelétricas, o subsistema teve que realizar o acionamento das termelétricas para ajudar a suprir a demanda de energia de outros subsistemas. Apesar de um dos objetivos da otimização ser a minimização dos custos de geração das unidades de geração das termelétricas, o acionamento destas unidades, juntamente com o intercâmbio de energia produz custos mais baixos que os custos de déficit de energia dos subsistemas Sudeste, Sul e Nordeste, que receberam energia via intercâmbio. Ou seja, neste caso é mais interessante gerar energia elétrica proveniente das unidades termelétricas e enviar esta energia via intercâmbio, do que assumir os custos de déficit dos subsistemas que não estavam conseguindo realizar o atendimento à demanda.

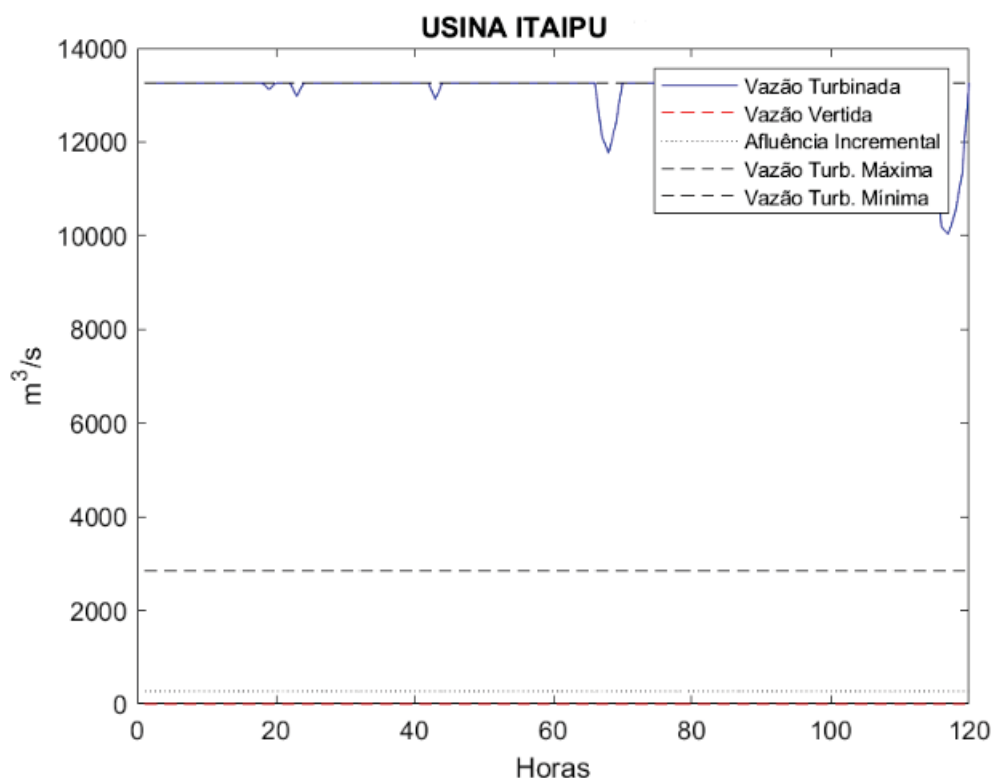
FIGURA 15 – Atendimento à Demanda - Subsistema Norte



FONTE: Autor (2019).

A figura 16, apresenta a vazão turbinada e vertida pelo subsistema Itaipu, este subsistema não possui uma demanda a ser atendida, logo toda a energia gerada é enviada via intercâmbio para os demais subsistema. Analisando o gráfico, é possível notar que Itaipu gerou energia em sua capacidade máxima, atingindo o seu limite de turbinamento em quase todos as 120 horas. Observa-se também que não ocorreram vertimentos, ou seja, isto indica que o subsistema fez um excelente aproveitamento do volume disponível em reservatório, uma vez que turbinou no máximo sem realizar vertimentos. Esta geração de energia produzida por Itaipu e enviada via intercâmbio para os demais subsistema, possibilitou a estes subsistemas que receberam energia, a realização do atendimento a demanda, onde evitou-se em muitos períodos a ocorrência de déficit de energia. Ao olhar para os períodos onde Itaipu não atingiu a vazão turbinada máxima foram, juntamente nos mesmos períodos em que não ocorreram déficit de energia nos outros subsistema. Claramente, nestes períodos Itaipu gerou somente energia suficiente para auxiliar os subsistemas a complementar o atendimento à demanda.

FIGURA 16 – Vazão turbinada e vertida - Subsistema Itaipu

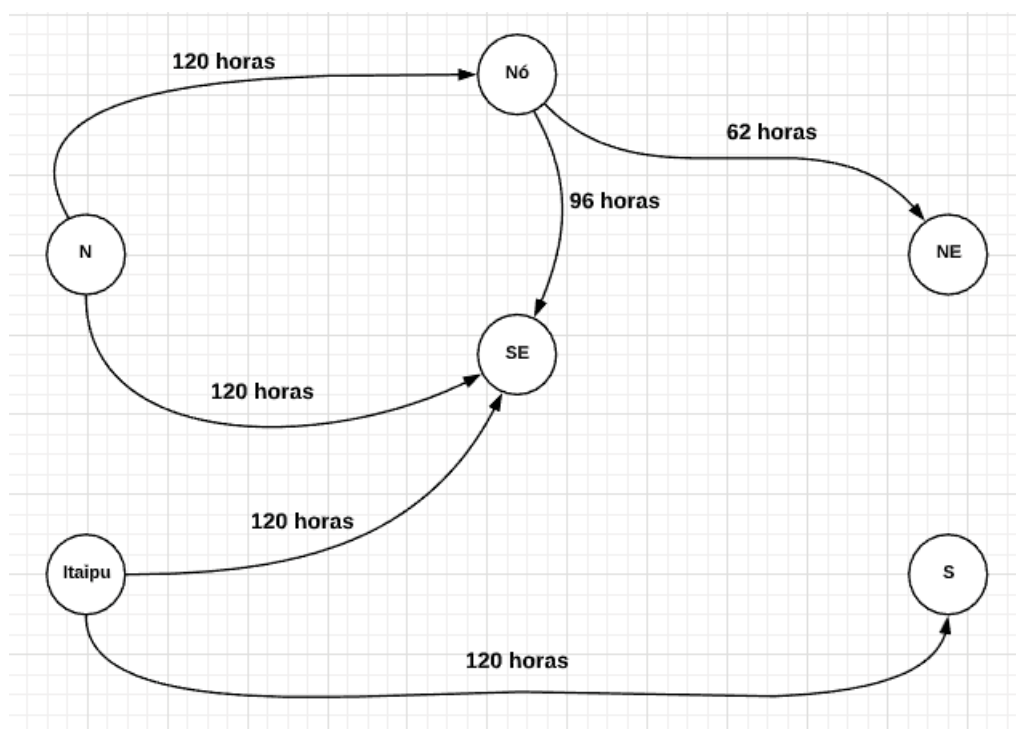


FONTE: Autor (2019).

4.3.1.2 Intercâmbio

Na figura 7, foram apresentadas 14 linhas de transmissão de energia elétrica que estão sendo consideradas deste trabalho. Estas linhas de transmissão conectam os subsistemas e são utilizadas quando necessário para realizar o intercâmbio de energia. Após a otimização do problema do despacho hidrotérmico horário, a decisão foi de realizar o envio de energia entre alguns subsistemas para auxiliar estes subsistemas que receberam energia a suprir suas demandas, como mencionado na análise anterior. Logo, das 14 linhas de transmissão disponíveis para realização de intercâmbio, foram utilizadas apenas 6, como mostra a figura 17. Observe que a figura destaca também em quantos períodos ocorreu intercâmbio de energia para cada uma das linhas utilizadas. Por exemplo, o subsistema Norte (N) enviou energia via intercâmbio para o subsistema Sudeste (SE) em todas as 120 horas do período de estudo. Já o subsistema Nordeste (NE), recebeu energia do Nó-fictício (Nó) em apenas 62 horas. Toda a energia enviada por intercâmbio entre os subsistemas respeitaram os limites de transmissão de energia das linhas, sendo que, na grande maioria dos períodos a transmissão de energia entre os subsistemas atingiu a capacidade máxima de transmissão.

FIGURA 17 – Linhas de Intercâmbio utilizadas

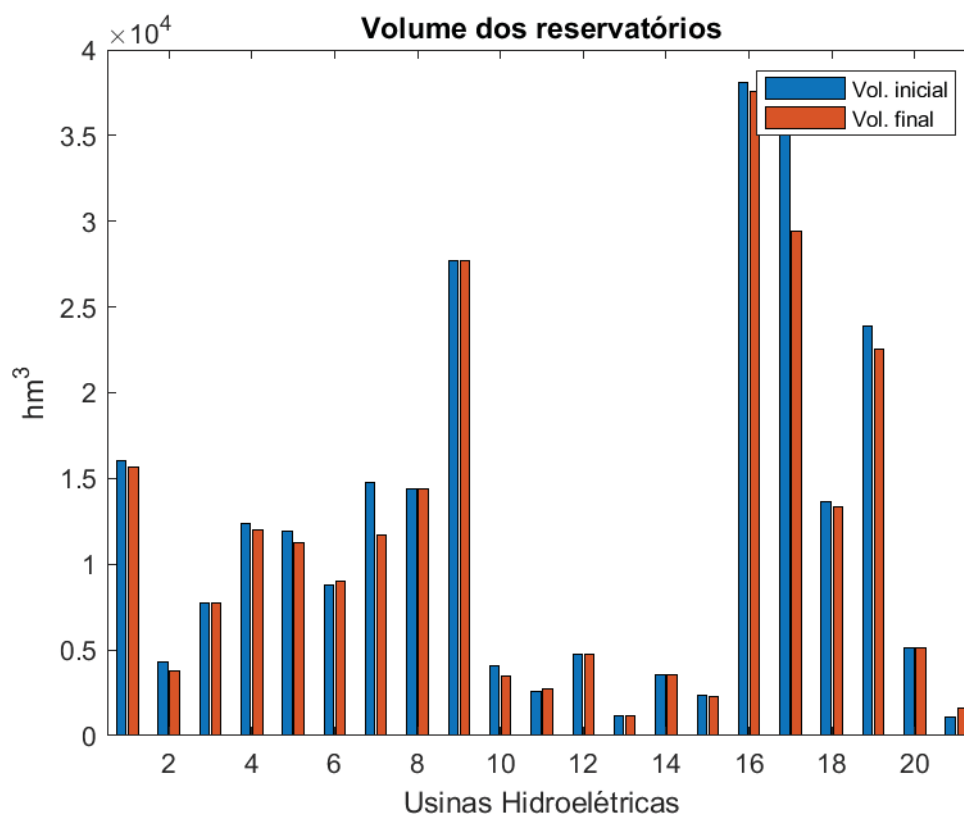


FONTE: Autor (2019).

4.3.1.3 Volume

A figura 18, mostra o volume inicial dos reservatórios, das 21 usinas, comparado ao volume final, após realizada a otimização. Embora, não tenham sido incorporadas à modelagem restrições impondo que os reservatórios mantivessem seus volumes o mais próximo possível do volume inicial, pode-se observar que após realizado o atendimento à demanda de energia para todo o período de estudo, os reservatórios em sua grande maioria mantiveram o volume, senão igual, muito próximo ao volume inicial.

FIGURA 18 – Volume inicial e final dos reservatórios



FONTE: Autor (2019).

4.3.1.4 Unit Commitment

O problema do despacho horário trata em detalhes as restrições de UC das unidades termoeletricas. Estas restrições são de grande relevância para programação da operação no curtíssimo prazo, onde as decisões são tomadas a cada hora. Portanto, realizar o controle das unidades térmicas de forma adequada é imprescindível para que a programação da operação seja efetuada da maneira mais econômica possível.

Como descrito no capítulo 3, as restrições de UC contemplam restrições associadas ao limite de rampa de geração de energia entre dois períodos consecutivos, restrições que controlam o tempo mínimo em que cada unidade térmica permanece ligada e desligada e restrições que associam custos de acionamento e desligamento das unidades. Após realizada a otimização, observou-se o acionamento de unidades de geração termoeletrica complementando o atendimento à demanda. Na figura 19, é exibido o status⁵ de cada uma das unidades, mostrando em que momento cada unidade foi ligada e por quantos períodos elas permaneceram gerando energia. As unidades estão ordenadas e separadas por subsistema, onde os períodos exibidos pela cor branca representam que a unidade está desligada. Os períodos com a cor

⁵ Status: faz referência ao estado da unidades de geração, que pode ser ligado/acionado ou desligado/desacionado.

vermelha, representam o momento em que a unidade de geração foi ligada e associa um custo a este ligamento, já a cor cinza representa os períodos onde as unidades permaneceram gerando energia. Neste trabalho, está sendo considerado que todas as unidades estão desligadas e prontas para serem acionadas a partir do primeiro período de estudo.

FIGURA 19 – Status das unidades termoeletricas

Tempo		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	...	120
Sub-sistema SE	1																																	...	
	2																																	...	
	3																																	...	
	4																																	...	
	5																																	...	
	6																																	...	
	7																																	...	
	8																																	...	
	9																																	...	
Sub-sistema S	10																																	...	
	11																																	...	
	12																																	...	
	13																																	...	
	14																																	...	
	15																																	...	
Sub-sistema NE	16																																	...	
	17																																	...	
	18																																	...	
	19																																	...	
	20																																	...	
Sub-sistema N	21																																	...	
	22																																	...	
	23																																	...	
	24																																	...	
	25																																	...	
	26																																	...	
	27																																	...	

FONTE: Autor (2019).

Observando o status das unidades de geração do subsistema Norte, é possível notar que todas as unidades foram ligadas. Estes acionamentos iniciaram-se a partir do primeiro período, e continuaram por todas as horas até a última hora do período de estudo. O subsistema Norte foi responsável por fornecer energia para o subsistema Nordeste, que primeiramente é enviada para o Nó-fictício, como mostra a figura 17. Esta energia enviada, ajudou o subsistema Nordeste a suprir a demanda, evitando déficit nos períodos onde ocorreram este envio. Ao observar as unidades de geração do subsistema Nordeste, vê-se que, com exceção da unidade 19, que as unidades iniciaram seu acionamento nos períodos 5 e 7, que foram os períodos imediatamente anteriores as períodos onde o subsistema começou a apresentar déficit de energia. Como já mencionado, o subsistema Norte gerou e transmitiu energia para o subsistema Nordeste sempre no máximo de suas capacidades de geração e intercâmbio. Portanto, o acionamento das unidades de geração térmica do subsistema Norte foram essenciais para o subsistema Nordeste.

Os subsistemas Sudeste e Sul apresentaram comportamentos semelhantes em relação à geração das unidades termoeletricas. Ambos os subsistemas ligaram suas unidades nas primeiras horas do período de estudo, onde nos períodos em que a demanda foi atendida, a geração das térmicas foi a mínima possível. Já nos períodos onde ocorreram déficit de energia a geração das unidades térmicas dos dois subsistemas atingiu a capacidade máxima de geração.

Observe que todas as unidades de geração termoeletricas de todos os subsistemas foram acionadas e permaneceram ligadas. Uma das restrições de UC impõe que as unidades que em algum momento forem desligadas devem permanecer desligadas por um tempo mínimo, conforme tabela 4. Por exemplo, algumas unidades do subsistema Sudeste devem permanecer desligadas pelo menos por 48 horas, caso sejam desligadas. Desta forma, é possível notar o porquê as unidades deste subsistema se mantiveram ligadas. Ao observar a figura 12, que exibe o atendimento a demanda do subsistema Sudeste, é possível ver que a ocorrência de déficit de energia apresenta um comportamento sazonal, que se repete em intervalos menores que o tempo mínimo que as unidades termoeletricas do subsistema devem permanecer desligadas. Portanto, a decisão de manter as unidades ligadas evitou problemas que poderiam ocorrer em períodos futuros, pois caso as unidades fossem desligadas, elas não poderiam ser acionadas em um período futuro muito próximo, causando assim, ainda mais déficit de energia.

4.3.1.5 Resultados da Usina de Itaipu

Itaipu é uma usina especial, por este motivo ela está sendo tratada separadamente como um subsistema. Na análise já apresentada, foi demonstrado que Itaipu desempenha um papel importantíssimo para este sistema teste. Ao observar os resultados apresentados na seção anterior, fica evidente que Itaipu é responsável por uma parcela significativa da energia consumida pelos subsistemas Sudeste e Sul. No teste realizado considerando a série de afluência 2, pode-se observar ao examinar a figura 17, que Itaipu forneceu energia para os subsistemas Sudeste e Sul em todas as 120 horas. Isto dá indícios da dependência destes subsistemas em relação a Itaipu.

Igualmente ao teste realizado para série de afluência 2, os outros 9 testes realizados para as demais séries, também receberam energia de Itaipu em todas as 120 horas do período de estudo. Na tabela 9, consta a quantidade de energia enviada por intercâmbio de Itaipu para os subsistemas Sudeste e Sul durante o período de 120 horas.

Olhando para a soma das demandas das 120 horas de cada um dos subsistemas, elas equivalem a uma demanda total de 4.209.556 MW e 1.777.489 MW, respectivamente, para os subsistemas Sudeste e Sul. Desta forma, é possível ver

o quanto Itaipu ajuda estes subsistemas a suprir suas demandas. Comparando a demanda total de energia do subsistema Sudeste com a energia proveniente de intercâmbio de Itaipu, somando o intercâmbio das 120 horas, é possível notar que aproximadamente 30% da demanda do Sudeste é atendida por energia enviada por Itaipu. Já para o subsistema Sul a demanda atendida por energia enviada por Itaipu fica em torno de 14% da demanda total do subsistema.

TABELA 9 – Intercâmbio de energia enviada por Itaipu

	Subsistema SE (MW)	Subsistema Sul (MW)
AFLU 1	1.408.384	264.410
AFLU 2	1.384.134	277.632
AFLU 3	1.382.935	279.416
AFLU 4	1.387.320	272.161
AFLU 5	1.411.747	218.754
AFLU 6	1.408.966	237.426
AFLU 7	1.402.819	252.201
AFLU 8	1.384.589	278.870
AFLU 9	1.381.232	281.643
AFLU 10	1.387.921	271.185

FONTE: Autor (2019).

Agora, serão apresentados os resultados obtidos pela otimização referentes a vazão turbinada e vertida por Itaipu para algumas das séries de afluência testadas. Além da série de afluência 2, que foi analisada anteriormente, onde as vazões turbinadas e vertidas foram exibidas na figura 16, serão apresentados os resultados obtidos para os testes que utilizaram as séries de afluência 1 e 5, descritas na tabela 6.

A figura 20, exibe os resultados dos testes realizados considerando a série de afluência 1. Dela, estão representadas as vazões turbinada, que faz referência a produção de energia elétrica realizada por Itaipu, e a vazão vertida pela usina. Note que, apesar da afluência 1 de Itaipu ser diferente da afluência 2 da usina, os resultados referentes a vazão turbinada apresentaram diferenças muito sutis. Ao realizar a comparação entre as figuras 16 e 20, é possível verificar que Itaipu manteve a mesma característica de turbinamento, apesar das pequenas diferenças. Já em relação a vazão vertida, os dois testes apresentaram o mesmo resultado, que foi de não realizar vertimento.

Analisando a figura 21, onde estão representadas as vazões vertidas e turbinadas do teste realizado com a série de afluência 5. Ao comparar os resultados obtidos com este teste aos apresentados pelos testes anteriores, vê-se que também ocorreram pequenas diferenças em relação a vazão turbinada, mas a característica de turbinamento se manteve. Igualmente, a vazão vertida para este teste também foi nula.

Estes resultados, dão indícios que, ao menos para estes experimentos numéricos, as séries de afluência testadas não impactaram a resposta que a otimização teve para as vazões turbinadas e vertidas por Itaipu.

FIGURA 20 – Vazão turbinada e vertida - Série de afluência 1

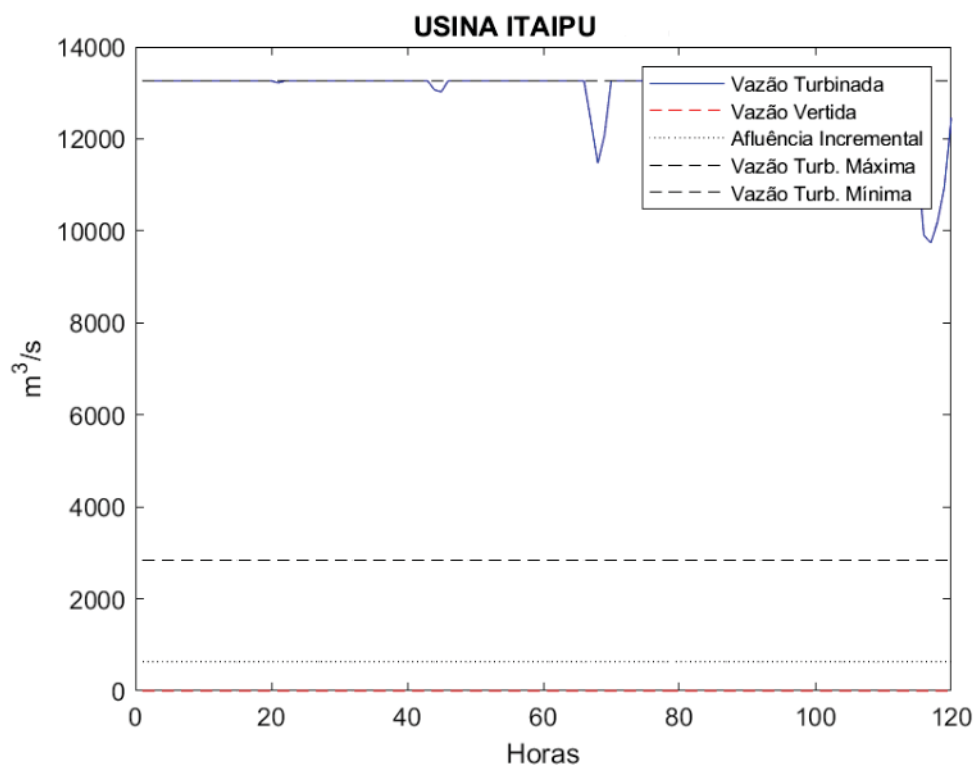
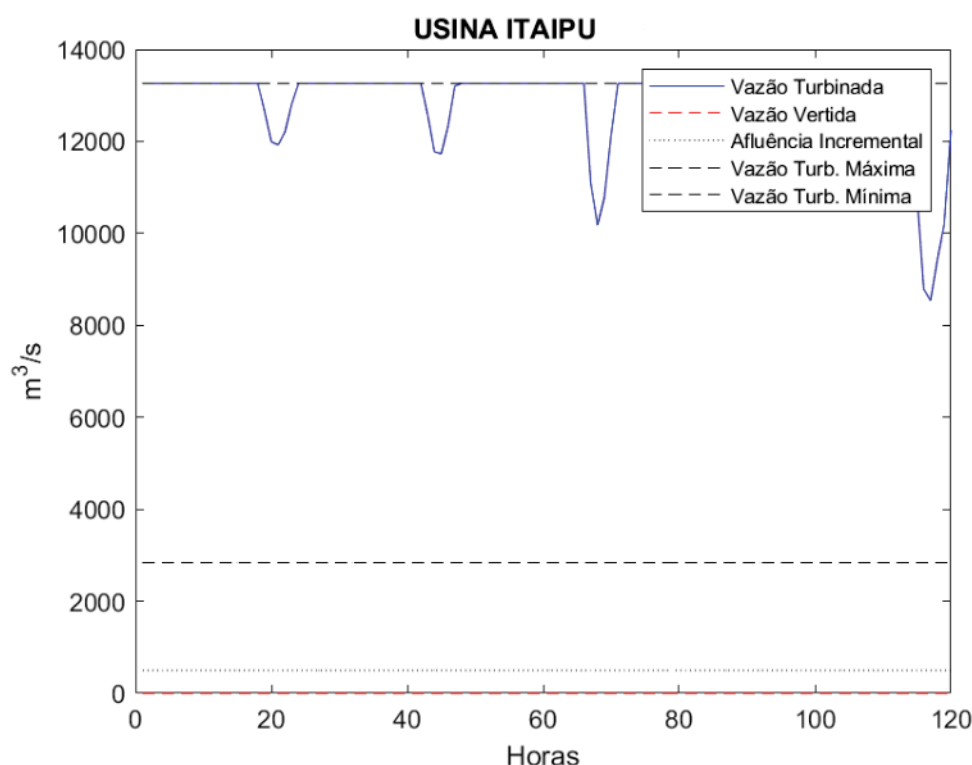


FIGURA 21 – Vazão turbinada e vertida - Série de afluência 5.



FONTE: Autor (2019).

4.3.2 Resultados do PDH Não Linear Inteiro Misto

Nesta seção serão apresentados os resultados dos experimentos numéricos realizados para o problema do despacho hidrotérmico horário em sua forma não linear inteira mista, que está descrita na seção 3.1. Os testes numéricos foram realizados para as 10 séries de afluência já apresentadas, considerando um período de estudo de 3 horas.

O problema do despacho hidrotérmico horário não linear inteiro misto foi testado utilizando o *Solver BONMIN*. Este *Solver* utiliza a metodologia B&B para solucionar o problema, com o auxílio dos *Solver's* CBC⁶ e IPOPT⁷. Considerando um período de estudo de 3 horas e 6 subsistemas, o problema a ser resolvido é composto por 1953 restrições lineares, entre restrições de igualdade, desigualdade e caixa, e por 18 restrições não lineares de igualdade, e o problema está descrito por 621 variáveis, sendo 81 delas, variáveis inteiras. Para analisar os resultados obtidos pelo modelo do despacho hidrotérmico horário na sua formulação não linear inteira mista (PNLIM), será apresentada uma comparação em relação ao problema do despacho hidrotérmico horário linear inteiro misto (PLIM), considerando agora as mesmas 3 horas como períodos de estudo.

⁶ CBC (Coin-or branch and cut) é um Solver open-source para programação inteira misto.

⁷ IPOPT é um Solver open-source para programação não linear.

Como primeira análise, será realizada uma comparação referente ao tempo computacional obtido pelos modelos linear e não linear inteiro misto, onde foram testadas as 10 séries de afluência. Além disso, é realizada uma análise confrontando os valores obtidos para função objetivo após realizada a otimização. Estas duas comparações estão descritas na tabela 10.

TABELA 10 – Função Objetivo e tempo computacional

	PNLIM		PLIM	
	F.O	TEMPO	F.O	TEMPO
AFLU 1	0	2h03min	2378,18	0,0169 seg.
AFLU 2	0	1h50min	2378,18	0,0502 seg.
AFLU 3	0	2h39min	2378,18	0,0465 seg.
AFLU 4	0	2h48min	2378,18	0,0277 seg.
AFLU 5	0	2h54min	2378,18	0,0932 seg.
AFLU 6	0	2h47min	2378,18	0,0191 seg.
AFLU 7	0	2h48min	2378,18	0,0179 seg.
AFLU 8	0	2h33min	2378,18	0,0174 seg.
AFLU 9	0	2h43min	2378,18	0,0181 seg.
AFLU 10	0	2h39min	2378,18	0,0175 seg.

FONTE: Autor (2019).

Observando os resultados referentes aos custos de operação (F.O), percebe-se que o problema do despacho hidrotérmico horário não linear inteiro misto resolveu todos os testes, e sem provocar custos de operação. Lembrando que estes custos referem-se aos custos de geração das termoeletricas e déficit de energia. Já o problema em sua forma linear inteira mista também conseguiu encontrar uma solução para os testes, mas acabou por gerar custos. Examinando somente a função objetivo, conclui-se que a modelagem do problema na forma não linear apresenta um desempenho nitidamente melhor que o obtido pelo problema linear inteiro misto. Porém, ao analisar somente o desempenho computacional fica evidente a superioridade do problema do despacho hidrotérmico na sua formulação linear inteira mista.

Outra análise pertinente, refere-se ao atendimento à demanda de energia elétrica dos subsistemas. Para fazer uma investigação do atendimento à demanda foram selecionados os testes realizados para a série de afluência 2. A figura 22, apresenta o atendimento a demanda de energia realizada para o problema do despacho hidrotérmico horário não linear inteiro misto. Nela, consta de que maneira a demanda dos subsistemas Sudeste (ss1), Sul (ss2), Nordeste (ss3) e Norte (ss4) foi atendida.

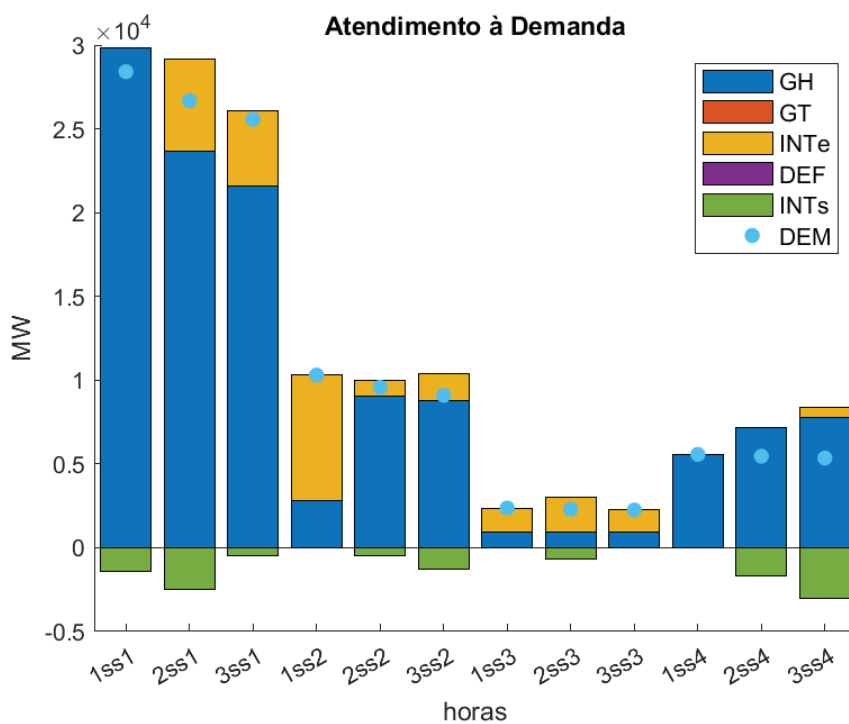
Para que fique clara a leitura dos gráficos, observe que os índices do eixo das abcissas da figura 22a possuem uma notação diferente. Esta notação deve ser lida da seguinte forma: (1ss1) representa a primeira hora do subsistema Sudeste,

(2ss1) representa a segunda hora do subsistema Sudeste, e assim por diante, até (3ss4) que representa a terceira hora do subsistema Norte. Em relação as legendas da figura 22, as siglas representam a geração hidroelétrica (GH), geração termoelétrica (GT), intercâmbio que está entrando no subsistema (INTe), déficit de energia (DEF), intercâmbio que está saindo do subsistema (INTs) e a demanda do subsistema (DEM).

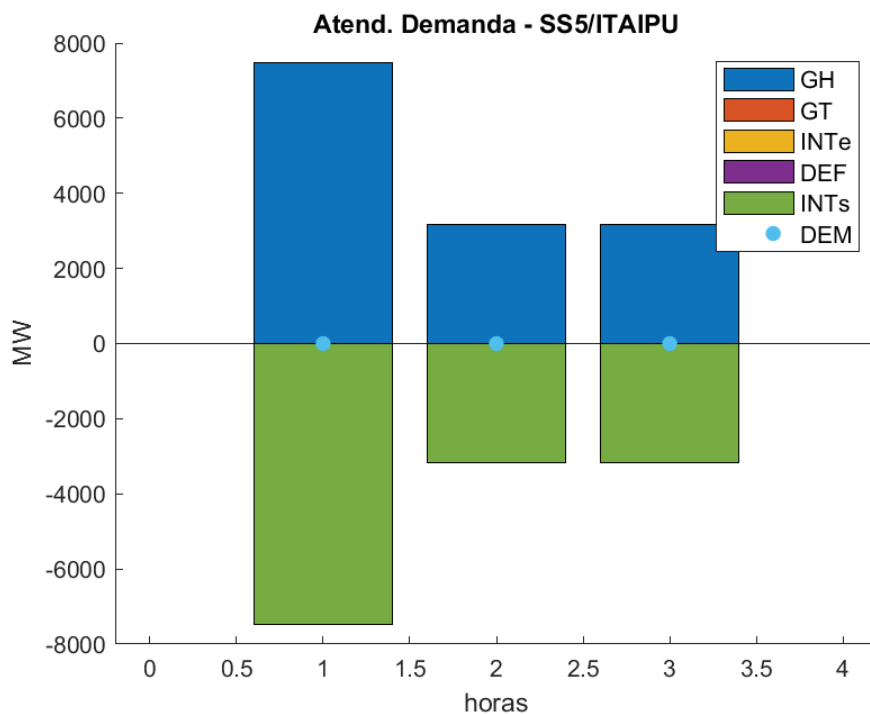
A figura 22b, representa o subsistema Itaipu, que não possui uma demanda de energia, logo toda a demanda de energia de Itaipu é enviada para os demais subsistema. Note que o atendimento à demanda de energia para o problema do despacho hidrotérmico horário foi realizada sem a necessidade de ligar as unidades de geração térmica e sem gerar déficit de energia. Repare que o subsistema Nordeste e o subsistema Sul receberam energia em todos os três períodos, que mostra que estes subsistema não estavam conseguindo suprir a demanda de energia somente com as suas próprias usinas.

Este resultado obtido para o problema não linear inteiro misto pode ser comparado com o teste realizado com o problema do despacho hidrotérmico na sua forma linear inteira mista. A figura 23, exhibe o resultado da otimização para o atendimento da demanda de energia para o caso linear inteiro misto. Nela, é possível ver como foi efetuado este atendimento.

FIGURA 22 – Atendimento à demanda - PNLIM



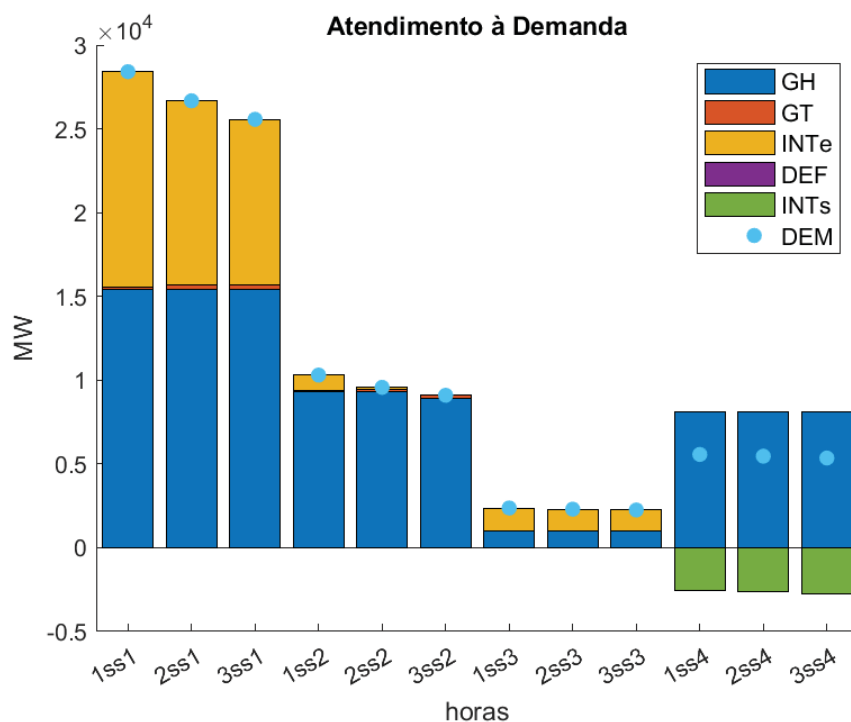
(a) Atendimento à demanda dos subsistemas



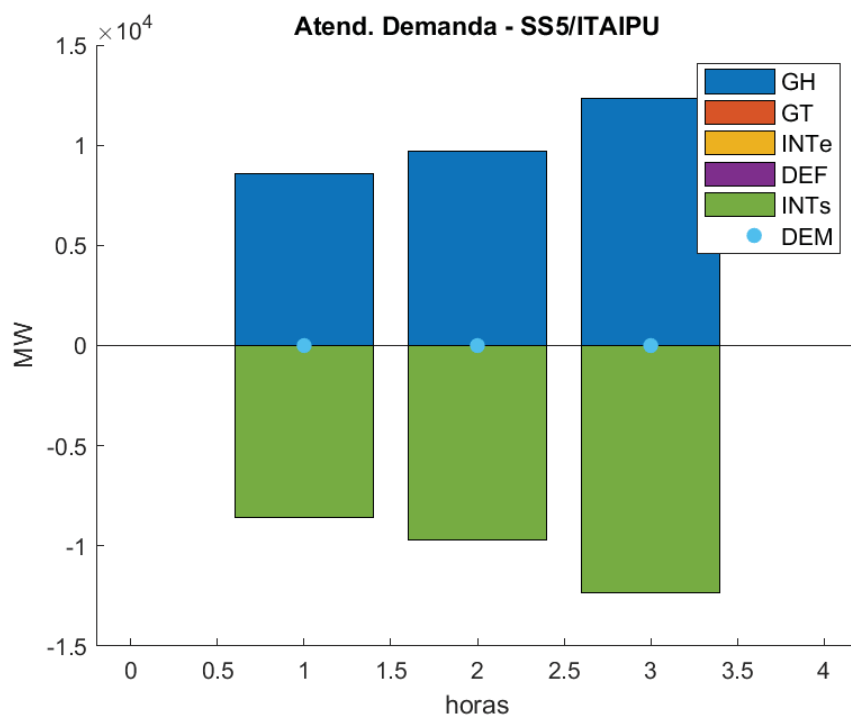
(b) Intercâmbio de Itaipu

FONTE: Autor (2019).

FIGURA 23 – Atendimento à demanda - PLIM



(a) Atendimento à demanda dos subsistemas



(b) Intercâmbio de Itaipu

FONTE: Autor (2019).

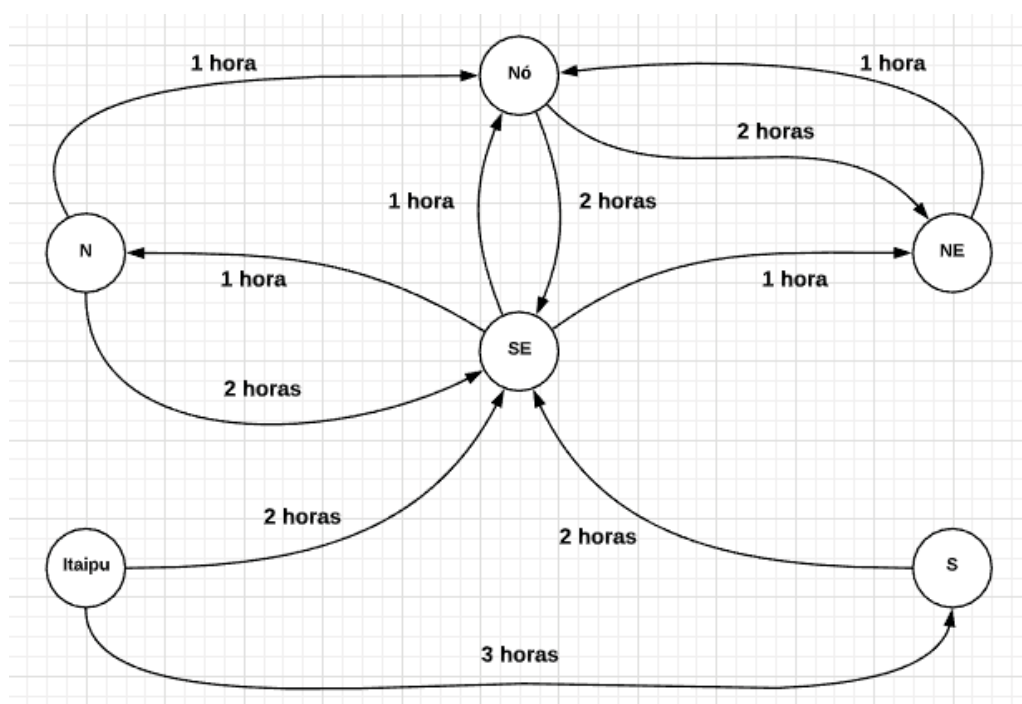
Fazendo uma análise da figura 23a, é possível perceber os motivos porque a modelagem do problema na forma linear inteira mista teve um desempenho pior

que o modelo não linear inteiro misto. Embora o problema linear inteiro misto não tenha gerado déficit de energia, é possível ver que o subsistema Sudeste realizou o atendimento à demanda de energia gerando energia GH em sua capacidade máxima de produção. Mesmo gerando energia proveniente das hidroelétricas o subsistema teve que ligar algumas unidades térmicas e ainda recebeu energia via intercâmbio. Note que no primeiro período, a energia gerada por Itaipu e pelo subsistema Norte foi enviada via intercâmbio quase que totalmente para o subsistema Sudeste. E isto se repetiu para os outros dois períodos. O subsistema Sul também teve que realizar o acionamento de unidades térmicas para suprir a demanda de energia.

O subsistema Nordeste gerou o máximo de energia das suas usinas hidroelétrica, não realizando o acionamento das unidades térmicas. No entanto, teve que receber energia de outros subsistemas para garantir o atendimento a demanda. Os custos associados ao problema do despacho hidrotérmico horário linear inteiro misto exibidos na tabela 10, estão associados ao acionamento das unidades de geração térmicas.

Após realizada a otimização do problema do despacho hidrotérmico horário não linear, a decisão foi de realizar o envio de energia entre alguns subsistemas para auxiliar os demais subsistemas a atender a demanda de energia. Das 14 linhas de transmissão disponíveis para realização de intercâmbio, foram utilizadas 11 linhas, como exibe a figura 24. Note que está destacado na figura por quantas horas ocorreram intercâmbio de energia para cada uma das linhas de intercâmbio utilizadas.

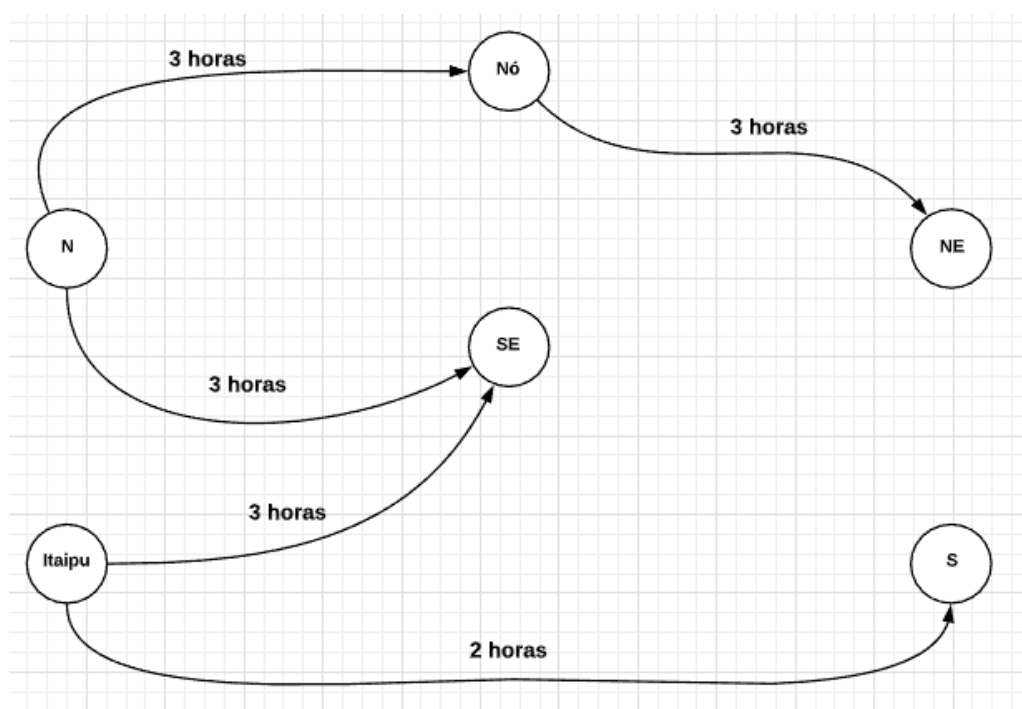
FIGURA 24 – Linhas de Intercâmbio utilização pelo PNLIM



FONTE: Autor (2019).

Observando a figura 25, é possível identificar quais linhas de intercâmbio foram utilizadas para enviar energia entre os subsistemas para o modelo linear inteiro misto. Apesar do problema linear inteiro misto ter enviado muito mais energia comparado ao intercâmbio realizado pelo problema não linear inteiro misto, ele utilizou menos linhas de transmissão. Isto ocorreu, pois o intercâmbio foi realizado somente pelos subsistemas Norte e Itaipu, lembrando que o subsistema Nó-fictício é apenas um subsistema de conexão entre os subsistemas Norte, Nordeste e Sudeste.

FIGURA 25 – Linhas de Intercâmbio utilização pelo PLIM



FONTE: Autor (2019).

Como já mencionado anteriormente, o problema não linear inteiro misto realizou a otimização sem realizar o acionamento de unidades de geração termoeletricas. Porém, foi observado que no caso onde o problema do despacho hidrotérmico é tratado de forma linear as unidades térmicas foram ligadas em alguns períodos. A figura 26, exibe quais unidades de geração termoeletrica foram acionadas para este teste, mostrando o *status* de cada unidade.

Como o período de estudo foi de apenas 3 horas, as unidades que foram ligadas, permaneceram acionadas até o último período. Veja que somente duas unidades de geração térmica foram ligadas, uma em cada um dos dois subsistemas que precisaram gerar energia para complementar a energia necessária para realizar o atendimento à demanda.

FIGURA 26 – Status das unidades termoeletricas

Tempo uni.		1	2	3
Sub-sistema SE	1			
	2			
	3			
	4			
	5			
	6			
	7			
	8			
	9			
Sub-sistema S	10			
	11			
	12			
	13			
	14			
	15			
Sub-sistema NE	16			
	17			
	18			
	19			
	20			
Sub-sistema N	21			
	22			
	23			
	24			
	25			
	26			
	27			

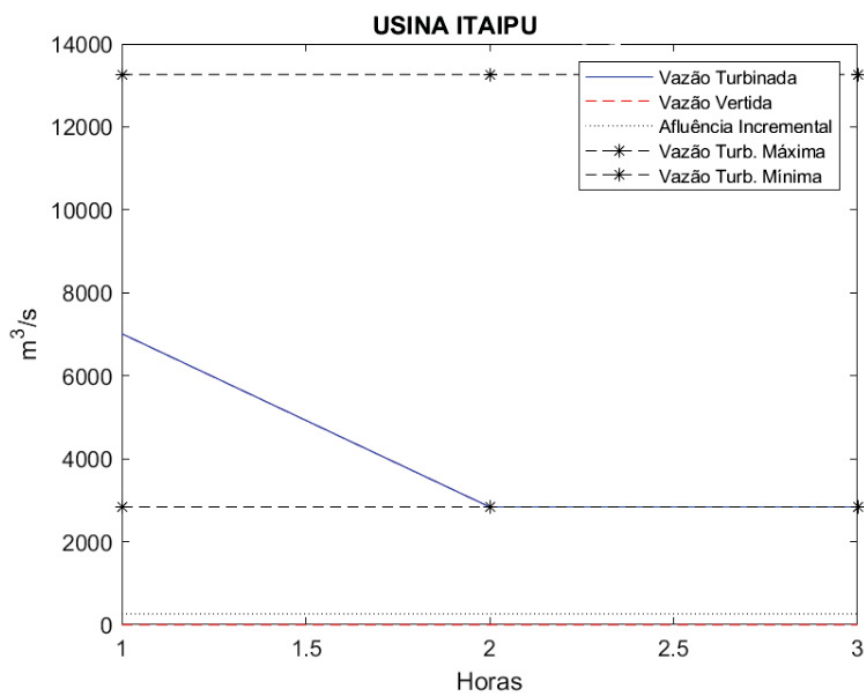
FONTE: Autor (2019).

Os resultados apresentados para o problema do despacho hidrotérmico horário linear e não linear inteiro misto, considerando o período de estudo de 3 horas, mostraram mais uma vez a importância da usina de Itaipu. Nas comparações apresentadas anteriormente, foi possível observar que para um período de estudo pequeno como este, a importância da energia gerada por Itaipu se intensifica. Isto pode ser visto, ao observar que grande parte do atendimento a demanda de energia do subsistema Sudeste foi atendida por energia enviada de Itaipu.

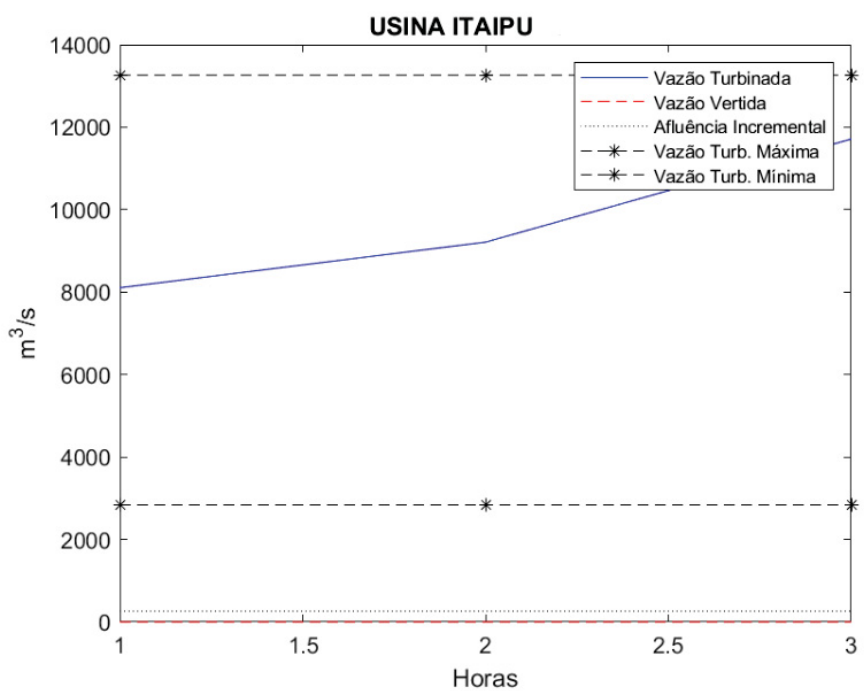
A figura 27, apresenta qual foi o comportamento da usina de Itaipu para os testes realizados com os modelos linear e não linear. Observando a figura 27a, que mostra a vazão vertida e turbinada do modelo não linear, Itaipu turbinou energia suficiente para auxiliar os demais subsistemas a suprir sua demanda de energia e sem gerar vertimentos. Isto ocorreu, pois a modelagem da geração das hidroelétricas é mais refinada. Já o comportamento do turbinamento apresentado pelo modelo linear foi evidentemente diferente. Apesar da resposta do modelo linear não ter gerado vertimento, tal como o não linear, ao examinar a figura 27b, vê-se que Itaipu gerou energia sem atingir seu turbinamento máximo, isto ocorreu porque a usina operou nos três períodos com seu volume de reservatório no mínimo. Caso fosse possível que Itaipu conseguisse realizar um turbinamento próximo de seu turbinamento máximo nos dois primeiros períodos, isto evitaria o acionamento das unidades térmicas dos

subsistemas Sudeste e Sul. Isto dá um indicativo que tratar a geração de energia das usinas hidroelétricas de forma não linear é positiva.

FIGURA 27 – Comparação da vazão turbinada e vertida entre o problema linear e não linear inteiro misto



(a) Vazão turbinada e vertida - PNLIM



(b) Vazão turbinada e vertida - PLIM

FONTE: Autor (2019).

5 CONCLUSÕES

O objetivo da pesquisa foi realizar a otimização para o problema do despacho hidrotérmico horário de forma linear inteira mista e não linear inteira mista. A proposta de modelagem procurou representar da melhor maneira as particularidades do problema do despacho para o curtíssimo prazo, contemplando em detalhes as restrições do comprometimento das unidades de geração térmica. A proposta tratou o problema do despacho hidrotérmico não linear inteiro misto considerando em sua formulação as não linearidades associada à geração de energia elétrica das usinas hidroelétricas, tornando o problema não linear inteiro misto e não convexo.

A modelagem considerou detalhes que representaram o acionamento e o desligamento das unidades de geração termoelétricas. Assim como, foi considerada na modelagem a representação dos custos associados ao acionamento e ao desligamento das unidades de geração termoelétricas, e ainda considerou a formulação de restrições referentes a rampa de geração das usinas termoelétricas, tais considerações permitiram uma representação mais próxima a realidade para o problema do despacho hidrotérmico.

Os testes numéricos foram executados para um sistema teste que contém 21 usinas hidroelétricas e 27 unidades de geração termoelétricas, onde todas estas usinas compõem o Sistema Interligado Nacional (SIN). Os testes foram realizados para os modelos linear e não linear do despacho hidrotérmico horário, onde foi possível observar que a inclusão das considerações referentes ao comprometimento das unidades térmicas foi de grande relevância para o problema do despacho no curtíssimo prazo.

Para os testes realizados para o problema do despacho hidrotérmico horário linear inteiro misto que consideraram o período de estudo de 120 horas, os resultados foram satisfatórios. Todos os testes foram resolvidos em um tempo computacional relativamente pequeno. Os testes apresentaram déficit de energia, somente em momentos onde os limites de geração de energia já haviam sido atingidos, e também verificou-se que o acionamento das unidades de geração térmica ocorreu em períodos onde foi realmente necessário. Já as respostas obtidas para o problema do despacho hidrotérmico horário não linear inteiro misto, onde foi considerado um período de estudo de 3 horas, foram obtidos resultados melhores que os obtidos pelo problema do despacho em sua formulação linear, também considerando as mesmas 3 horas. Esta melhora refere-se à comparação dos custos de geração das unidades térmicas e seus custos associados ao acionamento.

Portanto, esta pesquisa cumpriu os seus objetivos de propor e realizar a

implementação de uma modelagem para o problema do despacho hidrotérmico horário considerando detalhes referentes as unidades termoelétricas, assim como a realização de uma comparação dos modelos linear e não linear inteira mista.

Sugestões de pesquisa

- Incluir na modelagem o comprometimento das unidades de geração das usinas hidroelétricas.
- Realizar melhorias referentes ao tempo computacional para o modelo não linear inteiro misto.
- Realizar a representação dos custos de geração das unidades termoelétricas de forma não linear.
- Incorporar ao problema restrições associadas ao cronograma de manutenção das unidades de geração.

REFERÊNCIAS

- ABBASPOURTORBATI, F.; ZIMA, M. **The Swiss Reserve Market: stochastic programming in practice**. IEEE Trans Power Syst;31(2):1188–94, 2016. Citado 1 vez na página 29.
- ALVAREZ, G. E.; MARCOVECCHIO, M. G.; AGUIRREAB, P. A. **Security-Constrained Unit Commitment Problem including thermal and pumped storage units: An MILP formulation by the application of linear approximations techniques**. Electric Power Systems Research, Volume 154, Pages 67-74, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 27, 39.
- ANAND, H.; NARANG, N.; DHILLON, J.S. **Profit Based Unit Commitment using Hybrid Optimization Technique**. Energy Volume 148, Pages 701-715, 2018. Citado 1 vez na página 27.
- ARAVENA, I.; PAPAVALIIOU, A. **A Distributed Asynchronous Algorithm for the Two-stage Stochastic Unit Commitment Problem**. IEEE Power Energy Society General Meeting IEEE;p.1–5, 2015. Citado 1 vez na página 28.
- BELTRÂN, F.; OLIVEIRA, W; FINARDI, E. C. **Application of scenario tree reduction via quadratic process to medium-term hydrothermal scheduling**. IEEE Transactions on Power Systems, v. 32, n. 6, p. 4351-436, 2017. Citado 1 vez na página 32.
- BENDERS, J. F. **Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems**. Numerische Mathematik, v. 4, pp. 338-252, 1962. Citado 1 vez na página 19.
- BO, Fu et al. **An Improved Mixed Integer Linear Programming Approach Based on Symmetry Diminishing for Unit Commitment of Hybrid Power System**. *Energies*, 12(5), 833; <https://doi.org/10.3390/en12050833>, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 28, 32, 39.
- BUTYN, E. **Programação Linear Determinística e Estocástica Aplicada ao Problema de Despacho Hidrotérmico**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Paraná, 2017. Citado 1 vez na página 32.
- CARVALHO, S. M. S.; COELHO, M. V. **Pré-Despacho de um Sistema Hidrotérmico com Manobras e Restrições de Rampa**. Trends in Applied e Computational Mathematics,20, N. 3, 541-559, 2019. Citado 1 vez na página 32.
- CEPEL. **Modelo DECOMP: Manual de Referência versão 16.0**. Rio de Janeiro, 2010. Citado 1 vez na página 32.

CEPEL. **Modelo DESSEM: Manual de Referência versão 18.3**. Rio de Janeiro, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 18, 20.

CHEUNG, K. et al. **Toward Scalable Stochastic Unit Commitment**. Energy Syst;6(3):417–38, 2015. Citado 1 vez na página 28.

DETZEL, D.H. et al. **Cenários sintéticos de vazões para grandes sistemas hídricos através de modelos contemporâneos e amostragem**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, 19:17–28, 2014. Citado 2 vez na página 49.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, E. P. **A Four-dimensional Model of Hydro Generation for the Short-term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects**. IEEE Transactions on Power Systems, v. 23, n. 3, p. 1298-1308, 2008. Citado 1 vez na página 24.

DU, E. et al. **Operation of a high renewable penetrated power system with CSP plants:a look-ahead stochastic unit commitment model**. IEEE Trans Power Syst;PP(c):1, 2018. Citado 1 vez na página 29.

DVORKIN, Y. et al. **A Hybrid Stochastic/Interval Approach to Transmission-constrained Unit Commitment**. IEEE Trans Power Syst;30(2):621–31, 2015. Citado 1 vez na página 29.

FARHAT, I. A.; EL-HAWARY, M. E. **Optimization Methods Applied for Solving the Short-term Hydrothermal Coordination Problem**. Electric Power Systems Research, v. 79, p. 1308-132, 2009. Citado 1 vez na página 24.

FENG, Y. et al. **Toward Scalable Stochastic unit commitment. Part1: loads cenário generation**. Energy Syst;6(3):309–29, 2015. Citado 1 vez na página 28.

GADE, D. et al. **Obtaining Lower Bounds from the Progressive Hedging Algorithm for Stochastic Mixed-integer Programs**. Math Program;157(1):47–67, 2016. Citado 1 vez na página 28.

GOMES, C. A. M. **Otimização da Operação Diária de Usinas Hidrelétricas em Cascata Utilizando Metaheurísticas**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018. Citado 1 vez na página 26.

GOMES, C. A. M. et al. **Comparison of Metaheuristics Applied to Cascade Hydro Power Plants**. VII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, Niteroi, 2018. Citado 1 vez na página 26.

GONÇALVES, R. E. C. et al. **Comparing Stochastic Optimization Methods to Solve the Medium-term Operation Planning Problem**. Computational Applied Mathematics, Vol 30, N. 2, pp. 289-313, 2011. Citado 1 vezes nas páginas 48, 49.

HAN, D.; JIAN, J.; YANG, L. **Outer Approximation and Outer-Inner Approaches for Unit Commitment Problem**. IEEE Transactions on Power Systems, v. 29, n. 2, 2014. Citado 1 vez na página 25.

- KIM, K.; ZAVALA, V.M. **Large-scale Stochastic Mixed-integer Programming Algorithms for Power Generation Scheduling**. Springer International Publishing;p.493–512, 2016. Citado 2 vez na página 28.
- LAND, A.H.; DOIG, A.G. **An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems**. *Econometrica*,Vol. 28, No. 3., pp. 497-520, 1960. Citado 1 vez na página 17.
- LIMA, A. L. D. S. **Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada da Rede Elétrica - Aplicação ao Sistema Brasileiro**. Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2007. Citado 2 vez na página 32.
- LOPEZ-SALGADO, C.J.; ANO, O.; OJEDA-ESTEYBAR, D.M. **Stochastic Unit Commitment and Optimal Allocation of Reserves: a hybrid decomposition approach**. *IEEE Trans Power Syst*;33(5):5542–52, 2018. Citado 1 vez na página 29.
- LUCIANO, E. J. R. **Um Modelo de Unit Commitment Hidrotérmico para o Ambiente de Mercado de Energia**. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 24, 25, 39.
- MARCILIO, D. C. **Otimização do Despacho Hidrotérmico Utilizando o Método de Lagrangeano Aumentado com Gradiente Espectral Projetado**. Tese de doutorado. Universidade Federal do Paraná, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 32, 49.
- MEDINA, J. M.; QUINTANA, V. H.; CONEJO, A. J. **A Clipping-off Interior-point Technique for Medium-term Hydro-thermal Coordination**. *IEEE Transactions on Power Systems*,v. 14, n. 1, p. 266-273, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 24, 32, 39.
- MEHRTASH, M. et al. **Fast Stochastic Security Constrained Unit Commitment using Point estimation Method**. *Int Trans Electr Energy Syst*;26(3):671–88, 2016. Citado 1 vez na página 29.
- MENEZES, R. F. A. **Programação Diária da Operação de Sistemas Termoeletrônicos Utilizando Algoritmo Genético Adaptativo e Método de Pontos Interiores**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Sergipe, 2017. Citado 1 vez na página 25.
- MORAES, R. A. **Despacho Eólico Hidrotérmico para Horizonte de Curto Prazo**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Paraná, 2016. Citado 1 vez na página 32.
- NACIF, L. A. **Modelagem Econômica para a Tomada de Decisões na Programação Diária da Operação de Usinas Hidrelétricas**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Paraná, 2013. Citado 1 vez na página 32.

NASRI, A. et al. **Network-constrained AC Unit Commitment Under Uncertainty: a Benders's decomposition approach**. IEEE Trans Power Syst;31(1):412–22, 2016.

Citado 1 vez na página 29.

ONS. **OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO (ONS)**, 2019. Disponível em: <<http://www.ons.org.br/Paginas/resultados-da-operacao/historico-da-operacao>>. Citado 1 vez na página 44.

PAPAVASILIOU, A.; OREN, S.S.; ROUNTREE, B. **Applying High Performance Computing to Transmission-constrained Stochastic Unit Commitment for Renewable Energy Integration**. IEEE Trans Power Syst;30(3):1109–20, 2015. Citado 1 vez na página 28.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. **Stochastic Optimization of a multireservoir hydroelectric**. Electrical Power e Energy Systems, vol. 11, 1985. Citado 1 vez na página 18.

RACHUNO, k.B.; WOODRUFF, D.L. **Stochastic Unit Commitment Performance Considering Monte Carlo Wind power Scenarios**. IEEE International conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems(PMAPS).p.1–6, 2018. Citado 1 vez na página 28.

RAZAVIA, SE. et al. **Robust Hydrothermal Unit Commitment: A Mixed-Integer Linear Framework**. Energy, doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.09.199>, 2018. Citado 1 vez na página 26.

SCHULZE, T.; GROTHEY, A.; MCKINNON, K. **A Stabilised Scenario Decomposition Algorithm Applied to Stochastic Unit Commitment Problems**. Eur J Oper Res;261(1):247–59, 2017. Citado 1 vez na página 29.

SCHULZE, T.; MCKINNON, K. **The Value of Stochastic Programming in Day-ahead and Intra-day Generation Unit Commitment**. Energy;101:592–605, 2016. Citado 1 vez na página 29.

SCUZZIATO, M.R.; FINARDI, E.C.; FRANGIONI, A. **Comparing Spatial and Scenario Decomposition for Stochastic Hydrothermal Unit Commitment Problems**. IEEE Trans Sustain Energy;9(3):1307–17, 2018. Citado 1 vez na página 28.

SHAABAN, M.; ZEYNAL, H.; NOR, K. **MILP-based short-term thermal unit commitment and hydrothermal scheduling including cascaded reservoirs and fuel constraints**. International Journal of Electrical e Computer Engineering (IJECE) Vol. 9, No. 4, pp. 2732 2742, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 28, 39.

SHI, J.; OREN, S.S. **Flexible Ineratings in Stochastic Unit Commitment for Power Systems with Large-scale Renewable Generation**. Energy Syst.<https://doi.org/10.1007/s12667-018-0306-8>, 2018. Citado 1 vez na página 29.

- SHI, J.; OREN, S.S. **Stochastic Unit Commitment with Topology Control Recourse for Power Systems with Large-scale Renewable Integration**. IEEE Trans Power Syst;33(3):3315–24, 2018. Citado 1 vez na página 29.
- SINHA, N.; CHAKRABARTI, R.; CHATTOPADHYAY, P. K. F. **Fast evolutionary programming techniques for short-term hydrothermal scheduling**. IEEE Transactions on Power Systems, v. 18, n.1, p.214-220, 2003. Citado 1 vez na página 24.
- SORIANO, G. D. **Métodos de Otimização para a Resolução do Problema do Despacho Hidrotérmico-Eólico em Função da Não Linearidade da Altura de Queda**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Pernambuco, 2016. Citado 1 vez na página 32.
- TAKIGAWA, F. Y. K. et al. **Solving the hydrothermal scheduling problem considering network constraints**. Electric Power Systems Research, v. 88, p. 89-97, 2012. Citado 1 vez na página 25.
- UCKUN, C.; BOTTERUD, A.; BIRGE, J.R. **An Improved Stochastic Unit Commitment Formulation to Accommodate Wind Uncertainty**. IEEE Trans Power Syst;31(4):2507–17, 2016. Citado 1 vez na página 29.
- VAN ACKOOIJ, W.; FINARDI, E. C.; RAMALHO, G. M. **An Exact Solution Method for the Hydrothermal Unit Commitment Under Wind Power Uncertainty with Joint Probability Constraints**. IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL. XX, NO. X, DOI 10.1109/TPWRS.2018.2848594, 2018. Citado 1 vez na página 26.
- VAN ACKOOIJ, W.; MALICK, J. **Decomposition Algorithm for Large-scale Two-stage Unit Commitment**. Ann Oper Res;238(1–2):587–613, 2016. Citado 1 vez na página 28.
- VATANPOUR, M.; SADEGHIYAZDANKHAH, A. **The Impact of Energy Storage Modeling in Coordination with wind farm and thermal units on security and reliability in a stochastic unit commitment**. Energy;162:476–90, 2018. Citado 1 vez na página 29.
- VERGÍLIO, A. H. B. **Um Modelo de Pré-despacho Hidrotérmico para Mercados de Energia**. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, 2011. Citado 1 vez na página 25.
- WANG, B.; HOBBS, B.F. **Real-time Markets for Flexiramp: a stochastic unit commitment based analysis**. IEEE Trans Power Syst;31(2):846–60, 2016. Citado 1 vez na página 29.
- WANG, C.; WEI, H.; WU, S. **Network-Constrained Hydrothermal Unit Commitment Using Benders and Optimality Condition Decompositions**. IEEE TRANSACTIONS ON ELECTRICAL e ELECTRONIC ENGINEERING IEEJ Trans; 13: 704–714, 2018. Citado 1 vez na página 27.

YAMAGUTI, L. C. **Despacho Ótimo de Geração e Controle de Potência Reativa no Sistema Elétrico de Potência**. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, 2019. Citado 1 vez na página 32.